

Universidade Federal do Paraná

Anderson de Castro Peres

**Avaliação de Índices de Capacidade de
Processo com Estimação Via Amostragem por
Conjuntos Ordenados**

Curitiba

2015

Anderson de Castro Peres

Avaliação de Índices de Capacidade de Processo com Estimação Via Amostragem por Conjuntos Ordenados

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à disciplina Laboratório de Estatística do Curso de Graduação em Estatística da Universidade Federal do Paraná, como exigência parcial para obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

Orientador: Prof. Dr. Cesar Augusto Taconeli

Curitiba
2015

Agradecimentos

A Deus, por me alcançar com sua graça;
à minha mãe, Geraldina, por ter me apoiado em todo o caminho e ao meu pai,
Manoel, (*in memoriam*);
à minha irmã Vanessa por toda ajuda, apoio e incentivo e ao meu irmão Wagner;
aos professores e professoras do Curso de Estatística da UFPR, em especial, à
Professora Dra. Suely Ruiz Giolo pela confiança, ao Professor Dr. Fernando Lucambio
Pérez, pelas palavras que nunca irei esquecer, e ao Professor Benito Orlando Olivares
Aguilera, pela amizade;
aos meus familiares e amigos;
e, especialmente, ao meu orientador, Professor Cesar Augusto Taconeli, pela
amizade, confiança e por toda a ajuda e investimento na realização deste trabalho.

*“O futuro pertence àqueles que acreditam na beleza de seus sonhos.”
(Eleanor Roosevelt)*

Resumo

Neste trabalho, é proposta a Amostragem por Conjuntos Ordenados (ACO) como uma alternativa de delineamento amostral mais eficiente para a estimação da capacidade de processo. Conceitualmente, a ACO é indicada em situações em que, mensurar a variável de interesse implica em alto custo ou é de difícil acesso, mas, fazendo uso de uma variável correlacionada, de baixo custo e fácil acesso (como uma inspeção visual), os elementos da amostra possam ser ordenados facilmente, e, seguindo alguns critérios, só então serem mensurados quanto a variável de interesse. A informação proveniente da ordem de julgamento atribuída a cada elemento é levada em consideração no cálculo dos estimadores, proporcionando ganhos de precisão, por exemplo. A aplicação da ACO na estimação da capacidade de processo foi motivada por diversas publicações na área de Controle de Qualidade que atestam a efetividade desse método quanto a sua utilização na construção de gráficos de controle, originando o interesse em verificar se tal delineamento seria igualmente satisfatório na estimação de índices de capacidade de processo. Para alcançar tal objetivo foi realizado um estudo por simulação, no qual foram geradas amostras através do processo de Amostragem Aleatória Simples (AAS), considerando apenas a variável de interesse, e Amostragem por Conjuntos Ordenados, considerando uma variável com distribuição normal padrão como variável concomitante e uma segunda variável com distribuição normal mas com diferentes médias e variâncias. Foram considerados ainda diferentes tamanhos amostrais e grau de correlação entre a variável concomitante e variável de interesse e as estimativas obtidas dos índices foram comparadas em termos de Viés Relativo e Erro Quadrático Médio (EQM). Concluiu-se que a ACO é uma alternativa de delineamento amostral preferível em comparação à AAS na obtenção de amostras com o intuito de estimar índices de capacidade de processo principalmente em situações em que as variáveis envolvidas na ACO possuem correlação acima de 0,5. O estudo possibilitou quantificar, para cenários pré-determinados, quanto se ganha em termos de menor viés relativo e menor EQM. Através da comparação de cenários com mesmo tamanho amostral, verificou-se que, para um mesmo tamanho de conjunto, o aumento do número de ciclos na ACO não implica em maior ganho em termos de menor vício e maior precisão.

Palavras-chaves: Delineamento amostral, capacidade de processo, amostragem por conjuntos ordenados.

Lista de abreviaturas e siglas

| | |
|------|------------------------------------|
| UFPR | Universidade Federal do Paraná |
| CEQ | Controle Estatístico de Qualidade |
| CEP | Controle Estatístico de Processo |
| LSE | Limite Superior de Especificação |
| LIE | Limite Inferior de Especificação |
| AAS | Amostragem Aleatório Simples |
| ACO | Amostragem por Conjuntos Ordenados |
| RSS | <i>Ranked Set Sampling</i> |
| ICP | Índice de Capacidade de Processo |
| VR | Viés Relativo |
| EQM | Erro Quadrático Médio |
| EQMr | Erro Quadrático Médio Relativo |

Lista de ilustrações

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Convergência da variância de \hat{C}_{pk} simulado de um processo com $C_{pk} = 0,67$, $m = 2$ e $n = 3$, e diferentes correlações $(\rho_{x,y})$ | 22 |
| Figura 2 – Viés relativo para \widehat{C}_{pk} - Tabela 4 | 24 |
| Figura 3 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pk} - Tabela 5 | 25 |
| Figura 4 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pk} para o Cenário 1 | 26 |
| Figura 5 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pm} - Tabela 6 | 27 |
| Figura 6 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pm} - Tabela 7 | 29 |
| Figura 7 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pm} para o Cenário 1 | 29 |
| Figura 8 – Viés relativo para \widehat{C}_{pk} - Tabela 8 | 31 |
| Figura 9 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pk} - Tabela 9 | 32 |
| Figura 10 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pk} para o Cenário 2 | 33 |
| Figura 11 – Viés relativo para \widehat{C}_{pm} - Tabela 10 | 34 |
| Figura 12 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pm} - Tabela 11 | 36 |
| Figura 13 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pm} para o Cenário 2 | 36 |
| Figura 14 – Viés relativo para \widehat{C}_{pk} - Tabela 12 | 38 |
| Figura 15 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pk} - Tabela 13 | 39 |
| Figura 16 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pk} para o Cenário 3 | 40 |
| Figura 17 – Viés relativo para \widehat{C}_{pm} - Tabela 14 | 41 |
| Figura 18 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pm} - Tabela 15 | 42 |
| Figura 19 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pm} para o Cenário 3 | 42 |
| Figura 20 – Viés relativo para \widehat{C}_{pk} - Tabela 16 | 44 |
| Figura 21 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pk} - Tabela 17 | 45 |
| Figura 22 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pk} para o Cenário 4 | 45 |
| Figura 23 – Viés relativo para \widehat{C}_{pm} - Tabela 18 | 46 |
| Figura 24 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pm} - Tabela 19 | 47 |
| Figura 25 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pm} para o Cenário 4 | 48 |
| Figura 26 – Viés relativo para \widehat{C}_{pk} - Tabela 20 | 49 |
| Figura 27 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pk} - Tabela 21 | 50 |
| Figura 28 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pk} para o Cenário 5 | 51 |
| Figura 29 – Viés relativo para \widehat{C}_{pm} - Tabela 22 | 52 |
| Figura 30 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pm} - Tabela 23 | 53 |
| Figura 31 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pm} para o Cenário 5 | 54 |
| Figura 32 – Ganhos entre cenários em termos de EQMr de \hat{C}_{pk} , para $m=2$ e $n=10$. | 55 |
| Figura 33 – Ganhos entre cenários em termos de EQMr de \hat{C}_{pm} , para $m=2$ e $n=10$. | 55 |

Lista de tabelas

| | |
|---|----|
| Tabela 1 – Processo de amostragem via ACO | 13 |
| Tabela 2 – Classificação do processo de acordo com capacidade estimada | 16 |
| Tabela 3 – Parâmetros para os cenários abordados nas simulações | 19 |
| Tabela 4 – Viés relativo de \hat{C}_{pk} obtido via simulação para um processo com $C_{pk} = 2$ ($\sigma^2 = 1,77, \mu = 1000$) | 23 |
| Tabela 5 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simu- lação para um processo com $C_{pk} = 2$ ($\sigma^2 = 1,77, \mu = 1000$) | 25 |
| Tabela 6 – Viés relativo de \hat{C}_{pm} obtido via simulação para um processo com $C_{pm} = 2$ ($\sigma^2 = 1,7777, \mu = 1000$) | 27 |
| Tabela 7 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simu- lação para um processo com $C_{pm} = 2$ ($\sigma^2 = 1,7777, \mu = 1000$) | 28 |
| Tabela 8 – Viés relativo de \hat{C}_{pk} , obtido via simulação, para um processo com $C_{pk} = 1,67$ ($\sigma^2 = 1,9521, \mu = 1001$) | 30 |
| Tabela 9 – Precisão relativa de \hat{C}_{pk} , dada por EQMr, para um processo com $C_{pk} =$ $1,67$ ($\sigma^2 = 1,9521, \mu = 1001$) | 32 |
| Tabela 10 – Viés relativo de \hat{C}_{pm} , obtido via simulação, para um processo com $C_{pm} = 1,55$ ($\sigma^2 = 1,9521, \mu = 1001$) | 34 |
| Tabela 11 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simu- lação para um processo com $C_{pm} = 1,55$ ($\sigma^2 = 1,9521, \mu = 1001$) | 35 |
| Tabela 12 – Viés relativo dos Índices simulados para um processo com $C_{pk} = 1,33$ ($\sigma^2 = 2,2612, \mu = 1002$) | 37 |
| Tabela 13 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simu- lação para um processo com $C_{pk} = 1,33$ ($\sigma^2 = 2,2612, \mu = 1002$) | 39 |
| Tabela 14 – Viés relativo dos Índices simulados para um processo com $C_{pm} = 1,0657$ ($\sigma^2 = 2,2612, \mu = 1002$) | 40 |
| Tabela 15 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simu- lação para um processo com $C_{pm} = 1,0657$ ($\sigma^2 = 2,2612, \mu = 1002$) | 41 |
| Tabela 16 – Viés relativo dos Índices simulados para um processo com $C_{pk} = 1$ ($\sigma^2 = 2,7777, \mu = 1003$) | 43 |
| Tabela 17 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simu- lação para um processo com $C_{pk} = 1$ ($\sigma^2 = 2,7777, \mu = 1003$) | 44 |
| Tabela 18 – Viés relativo dos Índices simulados para um processo com $C_{pm} = 0,7770$ ($\sigma^2 = 2,7777, \mu = 1003$) | 46 |
| Tabela 19 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simu- lação para um processo com $C_{pm} = 0,7770$ ($\sigma^2 = 2,7777, \mu = 1003$) | 47 |

| | |
|---|----|
| Tabela 20 – Viés relativo dos Índices simulados para um processo com $C_{pk} = 0,67$ ($\sigma^2 = 3,9602, \mu = 1004$) | 49 |
| Tabela 21 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simu- lação para um processo com $C_{pk} = 0,67$ ($\sigma^2 = 3,9602, \mu = 1004$) . . . | 50 |
| Tabela 22 – Viés relativo dos Índices simulados para um processo com $C_{pm} = 0,5968$ ($\sigma^2 = 3,9602, \mu = 1004$) | 51 |
| Tabela 23 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simu- lação para um processo com $C_{pm} = 0,5968$ ($\sigma^2 = 3,9602, \mu = 1004$) . . | 53 |

Sumário

| | | |
|-------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 10 |
| 2 | REVISÃO DE LITERATURA | 12 |
| 2.1 | Amostragem por Conjuntos Ordenados - ACO | 12 |
| 2.1.1 | Estimação de Parâmetros Populacionais via ACO | 13 |
| 2.2 | Capacidade do Processo | 14 |
| 3 | MATERIAL E MÉTODOS | 18 |
| 4 | RESULTADOS E DISCUSSÃO | 22 |
| 4.1 | Estudo de convergência | 22 |
| 4.2 | Cenário 1 - Avaliação dos resultados | 23 |
| 4.3 | Cenário 2 - Avaliação dos resultados | 30 |
| 4.4 | Cenário 3 - Avaliação dos resultados | 37 |
| 4.5 | Cenário 4 - Avaliação dos Resultados | 42 |
| 4.6 | Cenário 5 - Avaliação dos Resultados | 48 |
| 4.7 | Avaliação entre os cenários | 54 |
| 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS | 56 |
| | APÊNDICES | 57 |
| | APÊNDICE A – SIMULAÇÃO DE UMA ACO A PARTIR DE UMA NORMAL UNIVARIADA | 58 |
| | APÊNDICE B – SIMULAÇÃO DE UMA ACO A PARTIR DE UMA NORMAL BIVARIADA | 59 |
| | APÊNDICE C – CÁLCULO DOS ESTIMADORES C_{pk} E C_{pm} | 61 |
| | APÊNDICE D – SIMULADOR GERAL | 63 |
| | Referências | 65 |

1 Introdução

Vinculado ao Controle Estatístico da Qualidade (CEQ), o Controle Estatístico de Processo (CEP) contempla um conjunto de técnicas com base estatística que trata da coleta e análise de dados, possibilitando o monitoramento de processos industriais fornecendo subsídios para a tomada de decisão quanto à necessidade de intervenção, no intuito de assegurar a qualidade requerida para os itens produzidos, e garantir a estabilidade do processo (MONTGOMERY, 2007).

Em estudos por amostragem é imprescindível obter amostras que representem com efetividade a população da qual foram retiradas, visto que todos os resultados alcançados e, por conseqüência, as inferências à população, assumem como verdadeira essa suposição. No CEQ o delineamento amostral tem especial importância, havendo normas técnicas específicas que devem ser atendidas com o objetivo de garantir que os resultados obtidos sejam confiáveis.

Denomina-se delineamento amostral a forma como a população é amostrada o que leva em consideração diversos aspectos como o grau de precisão requerido para as estimativas, custo, acesso às unidades amostrais, dentre outros.

Não tão difundida como a Amostragem Aleatória Simples (AAS), a Amostragem por Conjuntos Ordenados - ACO (Ranked Set Sampling - RSS), proposta por McIntyre (1952), é indicada em situações em que os elementos amostrais são de difícil acesso e/ou que tenham elevado custo de mensuração, desde que também exista a possibilidade de ordená-los, antes da efetiva mensuração da variável de interesse, mediante algum critério subjetivo, ou por meio de uma variável concomitante.

Seja por um critério subjetivo, seja através de uma variável concomitante, o custo de mensurar a variável concomitante deve ser baixo e as unidades amostrais devem ser de fácil acesso.

A ACO foi inicialmente utilizada para a estimação da média de pastagens em um cenário em que existia dificuldade de mensurar cada uma das unidades amostrais, mas que, por meio de inspeção visual, era possível ranqueá-las segundo suas produções, mas sem medi-las de início (McIntyre (1952)). Desde então, diversos estudos foram publicados comprovando a efetividade do delineamento em termos de ganho de precisão na estimação de parâmetros populacionais.

Nesse sentido, Takahasi e Wakimoto (1968) demonstraram que a média populacional, quando estimada via ACO, apresenta menor variância do que quando estimada via AAS. Posteriormente, Dell e Clutter (1972) estenderam os resultados e comprovaram que esse estimador produz ganhos de precisão em relação ao respectivo estimador via AAS, mesmo na presença de erros de ordenação.

Já para a variância populacional, Stokes (1980) propôs um estimador assintoti-

camente não viciado e mais eficiente do que a variância populacional obtida via AAS, para o mesmo tamanho de amostra. MacEachern et al. (2002) apresentaram um estimador não viciado e mais eficiente do que o proposto por Stokes (1980). No entanto, para sua aplicação, é necessário que o delineamento seja executado considerando ao menos dois ciclos.

A aplicação da ACO na área de Controle Estatístico de Qualidade (CEQ) é recente. A construção de gráficos de controle com amostras obtidas via ACO foi apresentada inicialmente por Salazar e Sinha (1997). Em consonância, posteriormente, outros autores também abordaram a construção de gráficos de controle fazendo uso de extensões da ACO como em Abujiya e Muttlak (2004).

Em Silva e Rocha (2013) os autores mostraram, por intermédio de um estudo por simulação, que a utilização da ACO para realizar o monitoramento do processo através de gráficos de controle possibilita que um processo fora de controle seja detectado mais rapidamente em comparação a um processo monitorado via AAS.

Este trabalho objetiva estender a aplicação da ACO para o estudo da capacidade de processos, e através de simulações, avaliar os índices C_{pk} e C_{pm} , em termos de precisão relativa (PR) e Erro Quadrático Médio (EQM). Tais índices são utilizados para caracterizar um processo produtivo quanto à capacidade de produzir itens de qualidade.

2 Revisão de Literatura

2.1 Amostragem por Conjuntos Ordenados - ACO

Na Amostragem por Conjuntos Ordenados o critério de ordenação deve ser escolhido de forma a obter a maior eficiência possível na ordenação dos elementos e com um custo baixo, além de ser de fácil acesso.

As etapas para a seleção de uma amostra de tamanho n através do processo de ACO, são as seguintes:

1. Selecionar um número n de amostras de tamanho n , via AAS, denominadas de conjuntos;
2. Ordenar os n elementos dentro de cada conjunto de acordo com o critério pré-estabelecido, que pode ser tanto subjetivo como uma comparação visual entre os elementos do mesmo conjunto ou opinião de um especialista, quanto a utilização de alguma variável concomitante, sem que se meça a variável de interesse;
3. Selecionar o elemento ordenado na i -ésima posição, na i -ésima amostra, para $i = 1, 2, \dots, n$, obtendo assim a amostra via ACO de tamanho n , cujas observações serão mensuradas quanto à variável de interesse.

Em outras palavras, da primeira amostra obtida via AAS no passo 1 seleciona-se apenas o elemento que foi julgado como tendo o menor valor da variável de interesse; na segunda amostra obtida via AAS seleciona-se apenas o elemento julgado como tendo o segundo menor valor e assim sucessivamente, até a n -ésima amostra, em que é selecionado apenas o elemento que se julga apresentar o maior valor da variável de interesse.

A execução dos passos 1 a 3 configura um ciclo. Assim, após a execução dos 3 passos obtém-se uma amostra por conjuntos ordenados de tamanho n , sendo apenas esses n elementos mensurados quanto à variável de interesse. Observa-se ainda que os elementos amostrais são independentes pois são selecionados de amostras independentes. No entanto, não são identicamente distribuídos devido ao processo de ordenação.

Caso haja a necessidade de obter uma amostra maior, tem-se a possibilidade de repetir os passos 1 a 3 um número m de vezes, produzindo uma amostra via ACO de tamanho $N = mn$, que pode ser representada pela seguinte notação,

$$Y_{[i]j}, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m, \quad (2.1)$$

em que $Y_{[i]j}$ representa a observação que foi julgada como tendo o i -ésimo menor valor no j -ésimo ciclo.

O processo de ordenação utilizado para obter uma amostra via ACO pode ser classificado como perfeito, quando não ocorre erros na ordenação dos elementos, ou imperfeito, quando podem ocorrer erros na ordenação dos elementos amostrais.

A Tabela 1 representa o esquema apresentado anteriormente para obter uma amostra de tamanho $N = 6$, com $m = 2$ e $n = 3$, ou seja, com 2 ciclos compostos por conjuntos ordenados de tamanho 3. Cada coluna da tabela representa um conjunto obtido via AAS e ranqueado segundo a variável de interesse, porém fazendo uso de uma variável concomitante.

Tabela 1 – Processo de amostragem via ACO

| Ciclo 1 | | | Ciclo 2 | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Conjunto 1 | Conjunto 2 | Conjunto 3 | Conjunto 1 | Conjunto 2 | Conjunto 3 |
| $x_{(1)}; \textcircled{y_{[1]}}$ | $x_{(1)}; y_{[1]}$ | $x_{(1)}; y_{[1]}$ | $x_{(1)}; \textcircled{y_{[1]}}$ | $x_{(1)}; y_{[1]}$ | $x_{(1)}; y_{[1]}$ |
| $x_{(2)}; y_{[2]}$ | $x_{(2)}; \textcircled{y_{[2]}}$ | $x_{(2)}; y_{[2]}$ | $x_{(2)}; y_{[2]}$ | $x_{(2)}; \textcircled{y_{[2]}}$ | $x_{(2)}; y_{[2]}$ |
| $x_{(3)}; y_{[3]}$ | $x_{(3)}; y_{[3]}$ | $x_{(3)}; \textcircled{y_{[3]}}$ | $x_{(3)}; y_{[3]}$ | $x_{(3)}; y_{[3]}$ | $x_{(3)}; \textcircled{y_{[3]}}$ |

Fonte: O autor (2015).

A amostra via ACO resultante será composta pelos elementos circulados, representada por $\mathbf{y} = \{y_{[1]1}, y_{[2]1}, y_{[3]1}, y_{[1]2}, y_{[2]2}, y_{[3]2}\}$. A utilização de $()$ para os índices da variável x são devido à não ocorrência de erros de ordenação, produzindo estatísticas de ordem.

Uma das vantagens da ACO é produzir estimativas mais precisas, em relação à AAS, para diversos parâmetros, dentre os quais a média e a variância populacional, sobretudo quando se tem disponível pequenas amostras.

2.1.1 Estimação de Parâmetros Populacionais via ACO

Um estimador não viciado para a média populacional, proposto inicialmente em McIntyre (1952), é a média da amostra por conjuntos ordenados, definida por,

$$\bar{\bar{Y}} = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n Y_{[i]j} \quad (2.2)$$

Takahasi e Wakimoto (1968) demonstraram que a variância de $\bar{\bar{Y}}$, sob a suposição de ordenação perfeita, será sempre menor do que a variância do estimador da média populacional quando estimada via AAS. A variância de $\bar{\bar{Y}}$ é definida por,

$$Var(\bar{\bar{Y}}) = \frac{\sigma^2}{mn} - \frac{1}{mn^2} \sum_{i=1}^n (\mu_{[i]} - \mu)^2, \quad (2.3)$$

em que μ é a média populacional, $\mu_{[i]}$ é a média dos elementos julgados como sendo de i -ésima ordem, e σ^2 a variância populacional.

Dell e Clutter (1972) estenderam os resultados apresentados em Takahasi e Wakimoto (1968) e comprovaram, através de um estudo por simulação, que o estimador proposto por McIntyre (1952) produz ganhos de precisão em relação à AAS ainda que na presença de erros de ordenação, embora esses ganhos sejam menos evidentes quando o critério de ordenação é menos preciso.

Para a variância populacional, Stokes (1980) propôs um estimador via ACO assintoticamente não viciado e mais eficiente do que o estimador obtido via AAS, com o mesmo tamanho de amostra. Esse estimador é definido por,

$$\hat{\sigma}_{ACO}^2 = \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (Y_{[i]j} - \bar{Y})^2}{mn - 1}. \quad (2.4)$$

Também para a variância populacional, MacEachern et al. (2002) propôs um estimador alternativo não viciado e mais eficiente do que o estimador proposto em Stokes (1980), para pequenas e médias amostras. No entanto, à medida que o grau de precisão na ordenação dos elementos amostrais diminui a precisão desse estimador diminui e se torna até menos preciso do que a variância estimada via AAS. Para o cálculo desse estimador é necessário que o delineamento seja executado considerando ao menos dois ciclos. O estimador da variância populacional proposto em MacEachern et al. (2002) é definido por,

$$\tilde{\sigma}_{ME}^2 = \frac{\sum_{i \neq s}^n \sum_{h=1}^m \sum_{j=1}^m (Y_{[i]h} - Y_{[s]j})^2}{2m^2n^2} + \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^m \sum_{j=1}^m (Y_{[i]h} - Y_{[i]j})^2}{2m(m-1)n^2} \quad (2.5)$$

O ganho de precisão desse estimador em relação ao proposto por Stokes (1980) é proveniente justamente do acréscimo da informação referente à ordem dada para cada observação. Conseqüentemente, quanto menos precisa for essa informação, menor será o ganho.

2.2 Capacidade do Processo

A capacidade de um processo industrial está relacionada a quanto o processo é capaz de produzir itens em que uma ou mais características estejam de acordo com as especificações do projeto. Os valores limites que essa característica de interesse pode assumir são denominados de Limite Inferior de Especificação (LIE) e Limite Superior de Especificação (LSE).

Os Índices de Capacidade de Processos (ICP's), são medidas adimensionais que caracterizam um processo através da relação entre a variabilidade permitida, dada pela amplitude dos limites de especificação, e a variabilidade observada da característica nos

itens produzidos (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005). A estimação dos ICP's é feita através de uma amostra retirada do processo produtivo, sendo esta representativa do processo como um todo. Assim, para efeito de avaliação da capacidade de um processo, deve-se ter um processo estável em que as causas de variabilidade da característica a ser mensurada estejam relacionadas apenas ao próprio processo produtivo (processo operando sob controle), e não a causas especiais. Os ICP's podem ser considerados ainda como medidas que visam resumir em um único número a capacidade do processo, sendo de fácil interpretação e largamente utilizados nas indústrias.

As principais utilizações de um estudo de capacidade de processo, de acordo com Montgomery (2007), no sentido de identificar causas especiais de variação bem como diminuir a variabilidade da característica de qualidade, são: prever até que ponto o processo é capaz de produzir itens que estão de acordo com especificações; auxiliar quanto à seleção ou modificação de um processo de produção; especificar exigências de desempenho para um equipamento novo ou ainda auxiliar na escolha entre fornecedores concorrentes; planejar a sequência de processos quando existe a interação entre os mesmos, e por fim, reduzir a variabilidade de um processo.

Sob a suposição de normalidade da característica do processo, segundo Montgomery (2007), quatro índices podem ser implementados para avaliar a capacidade do processo: C_p , C_{pk} , C_{pm} e C_{pmk} .

O índice C_p é definido por,

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma}, \quad (2.6)$$

sendo LIE e LSE os limites de especificação e σ o desvio padrão da característica do processo. Assim, fica claro que o índice C_p é uma relação entre os limites de especificação e a variabilidade da característica do processo. Observa-se ainda que esse índice não depende da média do processo, o que pode ocasionar restrições ao seu uso.

O índice C_{pk} é definido por,

$$C_{pk} = \min \left[\frac{\mu - LSE}{3\sigma}, \frac{LIE - \mu}{3\sigma} \right], \quad (2.7)$$

sendo LIE e LSE os limites de especificação, e μ e σ a média e o desvio padrão da característica do processo, respectivamente.

O índice C_{pk} é uma extensão do índice C_p , levando em consideração a distância da média da característica do processo aos limites de especificação, como é possível observar no numerador da Equação 2.7. Caso o processo esteja centrado, isto é, a média da característica coincida com o ponto médio entre os limites de especificação, C_{pk} é igual a C_p .

Considerando que a característica do processo segue uma distribuição normal de probabilidade, é possível calcular a percentagem de itens fora dos limites de especificação (PFE) através da área de uma distribuição normal padrão abaixo de $Z_{inf} = (\mu - LIE)/3\sigma$ e acima de $Z_{sup} = (LSE - \mu)/3\sigma$.

A avaliação de um processo quanto à sua capacidade, através do índice C_{pk} , de acordo com a literatura, pode ser realizada conforme a Tabela 2 (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

A quantidade de itens fora de especificação pode ser verificada de acordo com o índice abordado, bem como se o processo está centrado ou não. Para o índice C_p , o intervalo é bilateral, isto é, existe um valor mínimo (Z_{inf}) e um valor máximo (Z_{sup}) para o cálculo do número de itens cuja característica de qualidade excede os limites de especificação. Para o índice C_{pk} , o intervalo é unilateral, uma vez que é considerado apenas o lado da distribuição cuja média da característica estiver mais próxima do limite de especificação. A Tabela 2 apresenta a classificação de um processo produtivo segundo alguns níveis de capacidade de C_{pk} , bem como o número de itens fora de especificação por milhão (ppm).

Tabela 2 – Classificação do processo de acordo com capacidade estimada

| Classificação | C_{pk} | Itens fora de especificação (ppm) | |
|---------------------|---------------------|-----------------------------------|--------------------------|
| | | Bilateral (centrado) | Unilateral (descentrado) |
| Capaz | $\geq 1,33$ | menos de 70 | menos de 35 |
| Razoavelmente capaz | $1 \leq C_p < 1,33$ | entre 70 e 2700 | entre 35 e 1.350 |
| Incapaz | < 1 | mais de 2.700 | mais de 1.350 |

Fonte: adaptado de Costa, Epprecht e Carpinetti (2005).

Baseados na função de perda de Taguchi outros dois índices são largamente citados na literatura de CEQ. O primeiro denominado de C_{pm} e proposto em Chan, Cheng e Spiring (1988), é definido como,

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.8)$$

de forma que T é um valor alvo (*Target*) do processo.

É importante ressaltar que a variabilidade permitida, representada pelos limites de especificação, não é mais comparada com a variabilidade do processo, mas sim com o quanto sua média está distante do valor alvo, não havendo portanto uma relação entre o índice e o número de itens não conformes produzidos pelo processo.

O segundo índice de capacidade também baseado na função de perda de Taguchi é denotado por C_{pmk} . Proposto por Pearn, Kotz e Johnson (1992), é definido por,

$$C_{pmk} = \min \left[\frac{\mu - LSE}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}, \frac{LIE - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \right]. \quad (2.9)$$

O índice C_{pmk} estende a ideia do índice C_{pm} e além de levar em consideração um valor alvo para a variável do processo, considera ainda a distância de sua média para os limites de especificação.

3 Material e Métodos

Dentre os quatro índices de capacidade apresentados na revisão de literatura, foram abordados neste estudo os índices C_{pk} e C_{pm} , levando em consideração que o índice C_p é equivalente ao índice C_{pk} , caso o processo esteja centrado, e que C_{pm} leva em consideração a distância da média do processo ao valor alvo. Propõe-se a estimação de C_{pk} e C_{pm} via ACO com base nos seguintes estimadores: caso o processo esteja centrado

$$\widehat{C}_{pk} = \min \left[\frac{\bar{Y} - LSE}{3\tilde{\sigma}_{ME}}, \frac{LIE - \bar{Y}}{3\tilde{\sigma}_{ME}} \right] \quad (3.1)$$

$$\widehat{C}_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\tilde{\sigma}_{ME}^2 + (\bar{Y} - T)^2}}, \quad (3.2)$$

sendo \bar{Y} o estimador da média populacional calculado por meio da Equação 2.2 e $\tilde{\sigma}_{ME}$ o estimador do desvio padrão populacional calculado através da Equação 2.5.

Para efeito de comparação, a estimação dos índices de capacidade via AAS é dada por,

$$\widehat{C}_{pk}^* = \min \left[\frac{LSE - \bar{Y}}{3s}, \frac{\bar{Y} - LIE}{3s} \right] \quad (3.3)$$

$$\widehat{C}_{pm}^* = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{s^2 + (\bar{Y} - T)^2}}, \quad (3.4)$$

sendo \bar{Y} e s os estimadores da média e do desvio padrão, respectivamente, para uma amostra obtida via AAS.

Os estimadores propostos tiveram seus desempenhos avaliados com base em um estudo por simulação em que foi considerado uma variável concomitante como critério de ordenação no processo de amostragem por conjuntos ordenados, além dos seguintes parâmetros:

- Tamanhos de conjuntos (n): 3, 5, 10;
- Números de ciclos (m): 2, 4, 6, 8, 10;
- Correlação entre as variáveis de interesse e concomitante ($\rho_{x,y}$): 0, 0,25, 0,5, 0,75, 0,9 e 1;

- Capacidade do processo (C_{pk}): 2; 1,67; 1,33; 1; 0,67.

Foram simuladas amostras de uma distribuição normal bivariada com vetor de média $\underline{\mu} = (\mu_x, \mu_y)$ e matriz de covariâncias $\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{x,y} \\ \sigma_{y,x} & \sigma_y^2 \end{bmatrix}$, considerando X a variável concomitante utilizada para ordenar os conjuntos de forma a obter os elementos que irão compôr a amostra final. Os parâmetros para essa variável foram fixados em $\mu_x = 0$ e $\sigma_x = 1$.

Para a estimação via AAS foram simuladas $N = mn$ observações de uma normal univariada com média μ_y e desvio padrão σ_y .

Para o primeiro cenário simulado foi considerado um processo centrado na média, $\mu_y = 1000$, com $LIE = 992$, $LSE = 1008$ e para o primeiro nível de capacidade $C_{pk} = 2$, foi necessário fixar $\sigma_y^2 = 1.7778$. Na sequência, foram definidos outros quatro cenários associados a diferentes $C_{pk}'s$ escolhidos a partir de valores citados na literatura de Controle de Qualidade (Tabela 2). As alterações na média e na variância necessária para gerar os diferentes $C_{pk}'s$ podem ser verificadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Parâmetros para os cenários abordados nas simulações

| | $\rho_{x,y} \longrightarrow$ | | | | 0 | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
|-----------|------------------------------|----------|---------|--------------|---------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | C_{pk} | C_{pm} | μ_y | σ_y^2 | Covariâncias ($\sigma_{x,y}$) | | | | | |
| Cenário 1 | 2,00 | 2,00 | 1000 | 1,7778 | 0 | 0,3333 | 0,6667 | 1,0000 | 1,2000 | 1,3333 |
| Cenário 2 | 1,67 | 1,55 | 1001 | 1,9522 | 0 | 0,3493 | 0,6986 | 1,0479 | 1,2575 | 1,3972 |
| Cenário 3 | 1,33 | 1,06 | 1002 | 2,2613 | 0 | 0,3759 | 0,7519 | 1,1278 | 1,3534 | 1,5038 |
| Cenário 4 | 1,00 | 0,77 | 1003 | 2,7778 | 0 | 0,4167 | 0,8333 | 1,2500 | 1,5000 | 1,6667 |
| Cenário 5 | 0,67 | 0,60 | 1004 | 3,9603 | 0 | 0,4975 | 0,9950 | 1,4925 | 1,7910 | 1,9900 |

Fonte: O autor (2015).

Após realizar todas as simulações e obter as estimativas, foram calculados para cada cenário: o viés relativo e o erro quadrático médio dos estimadores de C_{pk} e C_{pm} , obtidos via ACO, em relação aos correspondentes estimadores via AAS.

Os estimadores do vício e do viés relativo (VR) de \widehat{C}_{pk} foram calculados da seguinte forma:

$$\widehat{Vício}(\widehat{C}_{pk}) = \widehat{E}(\widehat{C}_{pk}) - C_{pk} \quad (3.5)$$

$$\widehat{VR}(\widehat{C}_{pk}) = \frac{\widehat{E}(\widehat{C}_{pk}) - C_{pk}}{C_{pk}} \quad (3.6)$$

sendo C_{pk} o verdadeiro valor do índice (Tabela 3) e $\widehat{E}(\widehat{C}_{pk})$ definido por,

$$\widehat{E}(\widehat{C}_{pk}) = \frac{1}{25000} \sum_{h=1}^{25000} \widehat{C}_{pk}^h. \quad (3.7)$$

O Erro Quadrático Médio (EQM) de \widehat{C}_{pk} foi estimado por,

$$\begin{aligned} EQM(\widehat{C}_{pk}) &= \widehat{E}[(\widehat{C}_{pk} - C_{pk})^2] \\ &= \widehat{Var}(\widehat{C}_{pk}) + [\widehat{Vício}(\widehat{C}_{pk})]^2, \end{aligned} \quad (3.8)$$

sendo $\widehat{E}(\widehat{C}_{pk})$ estimado de acordo com a Equação 3.7, $\widehat{Vício}(\widehat{C}_{pk})$ por meio da Equação 3.5 e $\widehat{Var}(\widehat{C}_{pk})$ calculado por,

$$\widehat{Var}(\widehat{C}_{pk}) = \frac{1}{25000 - 1} \sum_{h=1}^{25000} \widehat{C}_{pk}^h - \overline{\widehat{C}_{pk}}. \quad (3.9)$$

sendo $\overline{\widehat{C}_{pk}}$ a média dos 25 mil índices simulados.

Para efeito de comparação entre as estimativas obtidas via ACO em relação ao estimado via AAS, para um mesmo tamanho amostral, foi definido o Erro Quadrático Médio Relativo (EQMr) calculado por,

$$EQMr(\widehat{C}_{pk}) = \frac{EQM(\widehat{C}_{pk}^{ASS})}{EQM(\widehat{C}_{pk}^{ACO})} \quad (3.10)$$

Para a avaliação do estimador \widehat{C}_{pm} basta substituir nas Equações 3.5 a 3.10 os valores de \widehat{C}_{pk} por \widehat{C}_{pm} , calculada através da Equação 3.2 ou Equação 3.4.

Adicionalmente, com o objetivo de analisar a distribuição dos estimadores, foram construídos gráficos de densidade para quatro diferentes combinações de m e n : duas situações em que o tamanho amostral são extremos ($m = 2, n = 3, N = 6$ e $m = 10, n = 10$ e $N = 100$), e outras duas com mesmo tamanho amostral N , porém com diferentes combinações de m e n .

Inicialmente, foi implementado um estudo de convergência no intuito de determinar o número de simulações necessárias para a convergência da variâncias dos índices estimados. Escolheu-se aquele Cenário que seria o mais crítico, ou seja, com alta dispersão dos índices simulados, optando-se, portanto, pelo Cenário 5 (Tabela 3), em que $C_{pk} = 0,67$, $\mu = 1004$ e $\sigma_y^2 = 9,9603$. Fixou-se $m = 2$ e $n = 3$, e considerou os níveis de correlação, $\rho_{x,y} = (0,25; 0,5; 0,75; 0,9)$ e suas respectivas covariâncias ($\sigma_{x,y}$).

Foram realizadas um milhão de simulações e, a cada nova simulação, calculou-se a variância dos índices estimados da seguinte forma,

$$Var(\hat{C}_{pk}^{(i)}) = \sum_{j \leq i} \frac{(\hat{C}_{pk}^{(j)} - \overline{\hat{C}_{pk}^{(i)}})^2}{i - 1}, \quad (3.11)$$

para $i=1,2,\dots,1.000.000$ e $\overline{\hat{C}_{pk}^{(i)}} = \sum_{j=1}^i \frac{\hat{C}_{pk}^{(j)}}{i}$. $\hat{C}_{pk}^{(i)}$ é a média dos índices de capacidade estimados nas i -ésimas primeiras simulações.

O estudo por simulação dos diferentes cenários foi implementado no software livre R, versão 3.1.1 (R CORE TEAM, 2014) e os códigos encontram-se no Apêndice deste trabalho. Como ambiente de desenvolvimento dos scripts foi utilizado o software RStudio (RStudio Team, 2015). Também foram utilizados os pacotes `sm` (Bowman e Azzalini (2014)), `MASS` (Venables e Ripley (2002)), `matrixcalc` (Novomestky (2012)) e `Lattice` (Sarkar (2008)) do referido software.

4 Resultados e Discussão

Neste Capítulo é apresentado o resultado do estudo de convergência bem como os resultados das simulações definidas na Capítulo 3. Para cada cenário da Tabela 3 são apresentadas tabelas com as estimativas obtidas via simulação para o viés relativo e o EQMr de \widehat{C}_{pk} e \widehat{C}_{pm} , essas mesmas estimativas podem ser visualizadas nos gráficos que sucedem cada uma das tabelas. Também são apresentados gráficos de densidade dos índices estimados para alguns cenários e uma avaliação entre cenários para um mesmo tamanho amostral ($m = 2$ e $n = 10$).

4.1 Estudo de convergência

A Figura 1 apresenta o resultado do estudo de convergência da variância de \widehat{C}_{pk} , para um processo com $C_{pk} = 0,67$. Concluiu-se que o número de simulações a partir da qual a variância dos índices simulados se estabiliza é próximo de 25 mil, valor esse adotado para a simulação de cada cenário apresentado na Tabela 3.

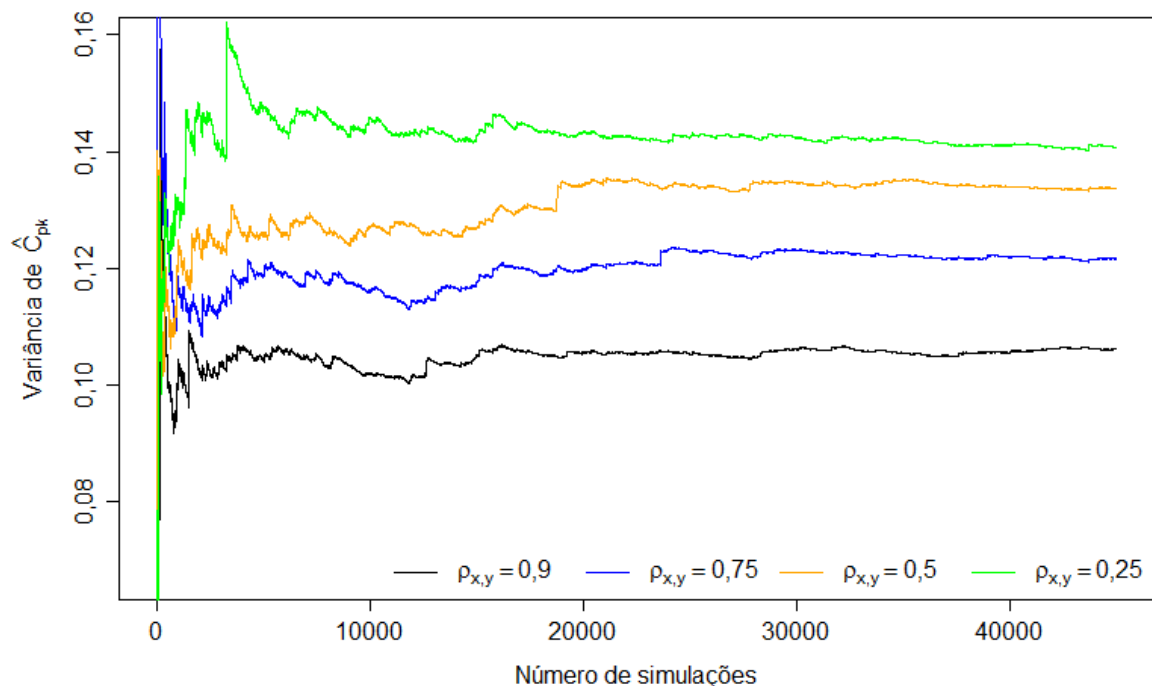


Figura 1 – Convergência da variância de \widehat{C}_{pk} simulado de um processo com $C_{pk} = 0,67$, $m = 2$ e $n = 3$, e diferentes correlações ($\rho_{x,y}$)

Fonte: O autor (2015).

4.2 Cenário 1 - Avaliação dos resultados

Para o primeiro cenário considerado no estudo por simulação (Cenário 1 da Tabela 3) tem-se o maior nível de capacidade ($C_{pk} = 2$). Foi possível observar (Tabela 4) que o viés relativo diminui à medida que a correlação $\rho_{x,y}$ aumenta, mantendo-se se fixo o número de ciclos (m), e tamanho dos conjuntos (n). Quando fixada a correlação ($\rho_{x,y}$), tanto a ACO quanto a AAS apresentam menor viés à medida que o tamanho amostral aumenta. No entanto, a ACO apresenta, para correlações a partir de 0,5 viés menor se comparado com a AAS, independente do tamanho amostral.

Tabela 4 – Viés relativo de \hat{C}_{pk} obtido via simulação para um processo com $C_{pk} = 2$ ($\sigma^2 = 1,77$, $\mu = 1000$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 (AAS) | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,1847 | 0,1880 | 0,1788 | 0,1704 | 0,1583 | 0,1479 |
| 4 | | 0,0748 | 0,0724 | 0,0723 | 0,0686 | 0,0671 | 0,0635 |
| 6 | | 0,0455 | 0,0466 | 0,0457 | 0,0453 | 0,0434 | 0,0404 |
| 8 | | 0,0336 | 0,0326 | 0,0331 | 0,0318 | 0,0300 | 0,0292 |
| 10 | | 0,0263 | 0,0263 | 0,0254 | 0,0243 | 0,0237 | 0,0234 |
| 2 | 5 | 0,0933 | 0,0940 | 0,0909 | 0,0848 | 0,0743 | 0,0659 |
| 4 | | 0,0413 | 0,0413 | 0,0412 | 0,0383 | 0,0346 | 0,0314 |
| 6 | | 0,0263 | 0,0274 | 0,0293 | 0,0264 | 0,0237 | 0,0207 |
| 8 | | 0,0194 | 0,0193 | 0,0191 | 0,0182 | 0,0170 | 0,0156 |
| 10 | | 0,0151 | 0,0149 | 0,0147 | 0,0147 | 0,0140 | 0,0127 |
| 2 | 10 | 0,0413 | 0,0435 | 0,0407 | 0,0365 | 0,0292 | 0,0215 |
| 4 | | 0,0194 | 0,0210 | 0,0186 | 0,0169 | 0,0135 | 0,0108 |
| 6 | | 0,0121 | 0,0121 | 0,0115 | 0,0108 | 0,0086 | 0,0072 |
| 8 | | 0,0092 | 0,0099 | 0,0093 | 0,0083 | 0,0065 | 0,0055 |
| 10 | | 0,0069 | 0,0087 | 0,0072 | 0,0069 | 0,0055 | 0,0042 |

Fonte: O autor (2015).

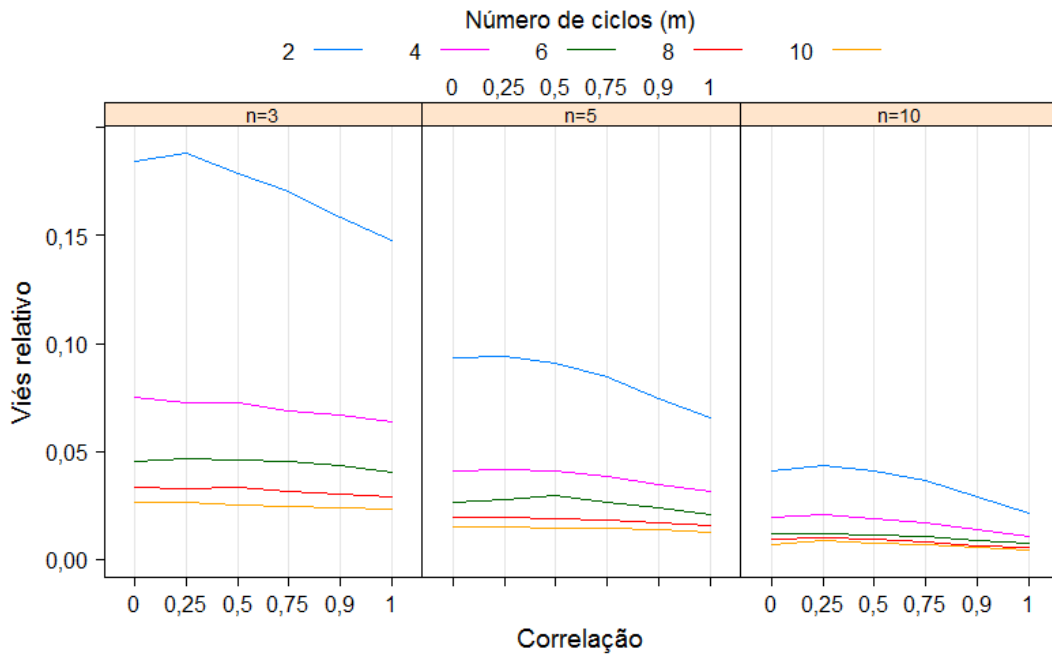


Figura 2 – Viés relativo para \widehat{C}_{pk} - Tabela 4

Fonte: O autor (2015).

A utilização da ACO em comparação à AAS, avaliada através de EQMr (Tabela 5), apresentou, para $\rho_{x,y} = 1$, $m = 2$ e $n = 10$, EQM via AAS de até, aproximadamente, 120% maior em relação ao obtido via ACO. Os ganhos são mais expressivos para correlação ($\rho_{x,y}$) a partir de 0,75. Para $\rho_{x,y} = 0,25$, \widehat{C}_{pk} não apresentou menor EQM decorrente do uso da ACO em comparação à AAS.

Observou-se ainda que, para um mesmo tamanho de conjunto (n), à medida que o número de ciclos (m) aumenta, aumentando assim o tamanho de amostra final (N), EQMr não aumenta. Por exemplo, fixando $\rho_{x,y} = 1$ e $n = 5$, tem-se que para $m = 2$, $EQMr = 1,7001$; porém, se o número de ciclos aumenta para $m = 10$, aumentando consideravelmente o tamanho amostral final ($N = 50$), tem-se $EQMr = 1,3713$. No entanto, para um mesmo número de ciclos (m), à medida que o tamanho dos conjuntos (n) aumenta, para correlações a partir de 0,75, EQMr aumenta, sendo esse resultado cada vez mais expressivo à medida que a correlação ($\rho_{x,y}$) aumenta.

Tabela 5 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simulação para um processo com $C_{pk} = 2$ ($\sigma^2 = 1,77$, $\mu = 1000$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 1,0014 | 1,0807 | 1,1858 | 1,3176 | 1,4318 |
| 4 | | 1,0135 | 1,0218 | 1,0956 | 1,1439 | 1,2437 |
| 6 | | 0,9768 | 1,0070 | 1,0480 | 1,0980 | 1,1555 |
| 8 | | 1,0113 | 1,0171 | 1,0580 | 1,1158 | 1,1492 |
| 10 | | 0,9816 | 1,0081 | 1,0415 | 1,0751 | 1,1298 |
| 2 | 5 | 1,0126 | 1,0581 | 1,1839 | 1,3869 | 1,7001 |
| 4 | | 1,0098 | 1,0364 | 1,1350 | 1,2896 | 1,4762 |
| 6 | | 0,9843 | 0,9919 | 1,1029 | 1,2402 | 1,4024 |
| 8 | | 0,9926 | 1,0246 | 1,0969 | 1,2069 | 1,3844 |
| 10 | | 0,9992 | 1,0360 | 1,1064 | 1,2094 | 1,3713 |
| 2 | 10 | 1,0040 | 1,0607 | 1,2338 | 1,5818 | 2,2113 |
| 4 | | 0,9740 | 1,0395 | 1,1799 | 1,4952 | 1,9935 |
| 6 | | 1,0090 | 1,0451 | 1,2047 | 1,4924 | 1,9257 |
| 8 | | 1,0084 | 1,0632 | 1,2011 | 1,4885 | 1,9012 |
| 10 | | 0,9725 | 1,0670 | 1,2060 | 1,4726 | 1,9213 |

Fonte: O autor (2015).

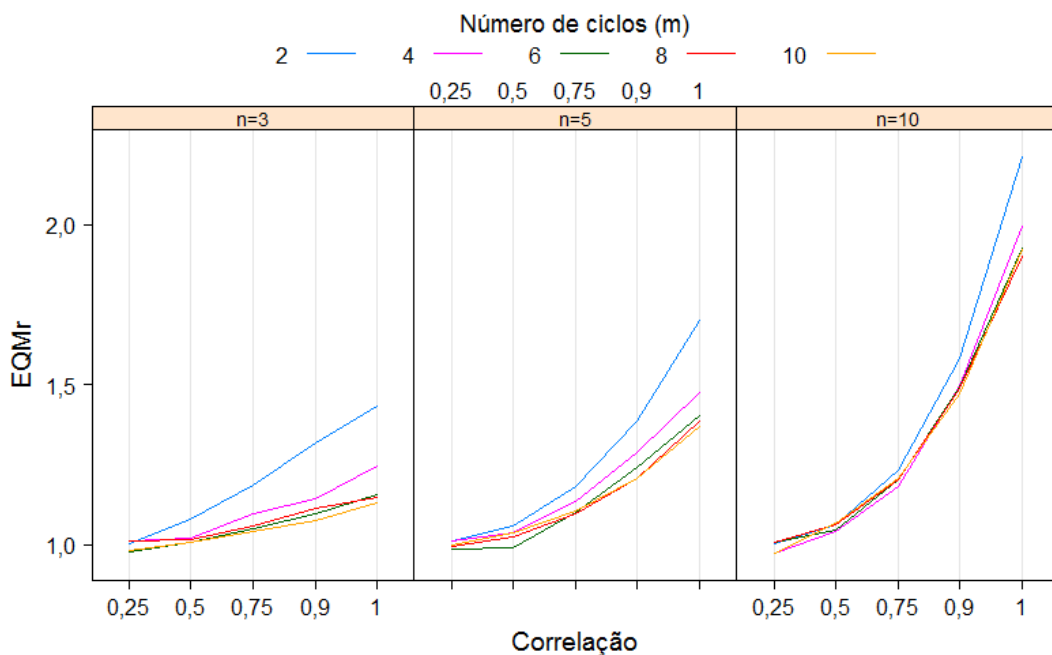


Figura 3 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pk} - Tabela 5

Fonte: O autor (2015).

Na Figura 4, é possível observar a densidade de C_{pk} para diferentes combinações de número de ciclos (m) e tamanho de conjuntos (n), além de, diferentes graus de correlação ($\rho_{x,y}$).

Nota-se que à medida que o tamanho amostral aumenta, a distribuição de C_{pk} torna-se mais simétrica, além de apresentar uma dispersão menor. Também é possível verificar que, para um mesmo número de ciclos (m) e tamanho de conjunto (n), à medida que a correlação aumenta, a dispersão diminui.

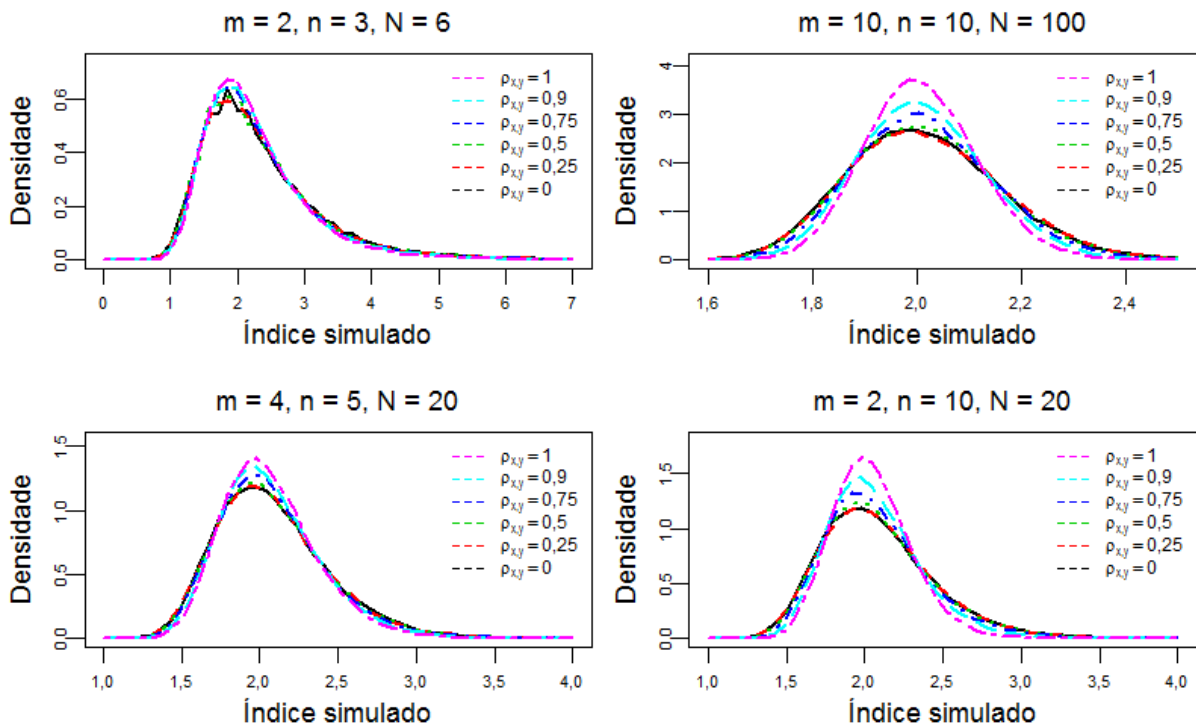


Figura 4 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pk} para o Cenário 1
Fonte: O autor (2015).

Outro índice de capacidade avaliado é o C_{pm} . Pode-se verificar (Tabela 6) que, independente do nível de correlação ($\rho_{x,y}$), o viés relativo de \hat{C}_{pm} não apresentou redução decorrente do uso da ACO em relação à AAS, como foi verificado para \hat{C}_{pk} (Tabela 4). No entanto, à medida que o número de ciclos (m) e/ou o tamanho do conjunto (n) aumenta, o viés relativo diminui.

Tabela 6 – Viés relativo de \hat{C}_{pm} obtido via simulação para um processo com $C_{pm} = 2$ ($\sigma^2 = 1,7777$, $\mu = 1000$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 (AAS) | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,0629 | 0,0684 | 0,0703 | 0,0777 | 0,0814 | 0,0834 |
| 4 | | 0,0267 | 0,0257 | 0,0290 | 0,0322 | 0,0361 | 0,0378 |
| 6 | | 0,0155 | 0,0172 | 0,0187 | 0,0221 | 0,0242 | 0,0240 |
| 8 | | 0,0114 | 0,0105 | 0,0129 | 0,0149 | 0,0159 | 0,0172 |
| 10 | | 0,0091 | 0,0092 | 0,0100 | 0,0116 | 0,0130 | 0,0140 |
| 2 | 5 | 0,0334 | 0,0350 | 0,0382 | 0,0441 | 0,0443 | 0,0441 |
| 4 | | 0,0143 | 0,0147 | 0,0176 | 0,0203 | 0,0212 | 0,0215 |
| 6 | | 0,0091 | 0,0100 | 0,0138 | 0,0146 | 0,0149 | 0,0143 |
| 8 | | 0,0065 | 0,0065 | 0,0081 | 0,0096 | 0,0105 | 0,0107 |
| 10 | | 0,0047 | 0,0049 | 0,0056 | 0,0077 | 0,0088 | 0,0089 |
| 2 | 10 | 0,0143 | 0,0175 | 0,0186 | 0,0211 | 0,0193 | 0,0161 |
| 4 | | 0,0065 | 0,0084 | 0,0080 | 0,0093 | 0,0088 | 0,0080 |
| 6 | | 0,0036 | 0,0040 | 0,0045 | 0,0060 | 0,0055 | 0,0054 |
| 8 | | 0,0029 | 0,0039 | 0,0040 | 0,0047 | 0,0043 | 0,0041 |
| 10 | | 0,0019 | 0,0037 | 0,0031 | 0,0039 | 0,0036 | 0,0031 |

Fonte: O autor (2015).

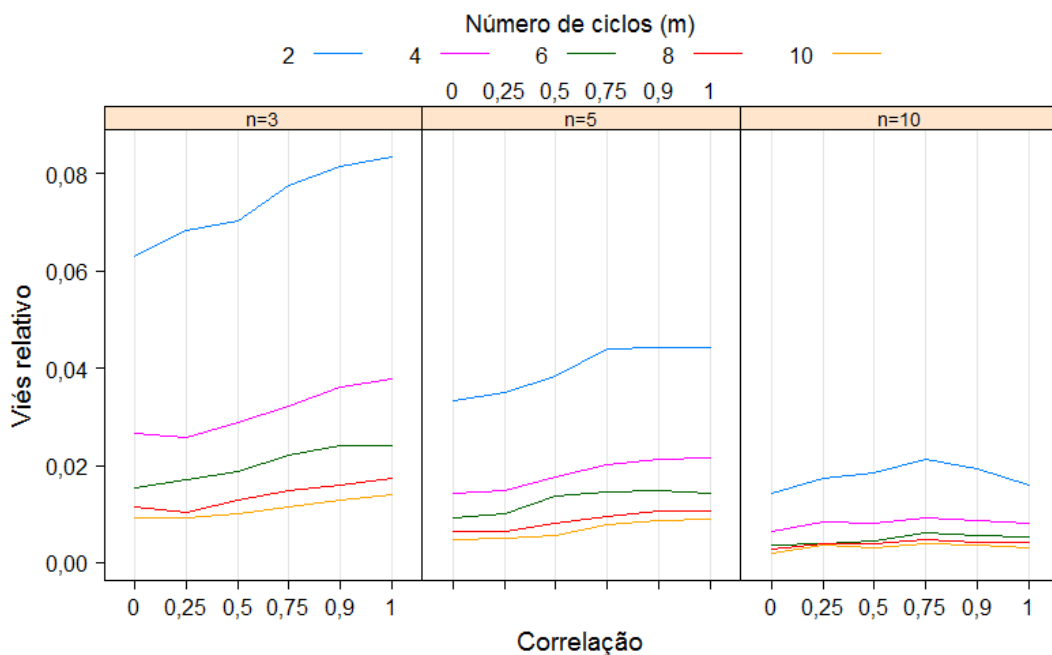


Figura 5 – Erro Quadrático Médio para \hat{C}_{pm} - Tabela 6

Fonte: O autor (2015).

Para o EQMr de \hat{C}_{pm} (Tabela 7), a utilização da ACO possibilitou ganhos de até, aproximadamente, 90%, para $\rho_{x,y} = 1$, $m = 2$ e $n = 10$. Em termos gerais, à medida que o tamanho amostral final (N) aumenta, o ganho em termos de EQM são maiores. No entanto, manter fixo o tamanho do conjunto (n) e aumentar o número de ciclos (m) não possibilita aumentar o ganho, em termos de EQM.

Tabela 7 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simulação para um processo com $C_{pm} = 2$ ($\sigma^2 = 1,7777$, $\mu = 1000$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 1,0175 | 1,0425 | 1,0663 | 1,1018 | 1,1122 |
| 4 | | 1,0061 | 1,0150 | 1,0455 | 1,0529 | 1,1018 |
| 6 | | 0,9763 | 0,9923 | 1,0148 | 1,0345 | 1,0691 |
| 8 | | 1,0073 | 1,0053 | 1,0194 | 1,0542 | 1,0717 |
| 10 | | 0,9944 | 1,0069 | 1,0165 | 1,0348 | 1,0735 |
| 2 | 5 | 1,0292 | 1,0532 | 1,1147 | 1,2153 | 1,4056 |
| 4 | | 1,0045 | 1,0213 | 1,0816 | 1,1873 | 1,3197 |
| 6 | | 0,9971 | 0,9906 | 1,0711 | 1,1797 | 1,2964 |
| 8 | | 0,9914 | 1,0101 | 1,0656 | 1,1510 | 1,2984 |
| 10 | | 0,9906 | 1,0303 | 1,0836 | 1,1590 | 1,2942 |
| 2 | 10 | 1,0088 | 1,0324 | 1,1438 | 1,4138 | 1,9062 |
| 4 | | 0,9765 | 1,0272 | 1,1363 | 1,4022 | 1,8302 |
| 6 | | 1,0061 | 1,0299 | 1,1625 | 1,4140 | 1,7930 |
| 8 | | 1,0062 | 1,0516 | 1,1578 | 1,4161 | 1,7846 |
| 10 | | 0,9701 | 1,0490 | 1,1721 | 1,4138 | 1,8169 |

Fonte: O autor (2015).

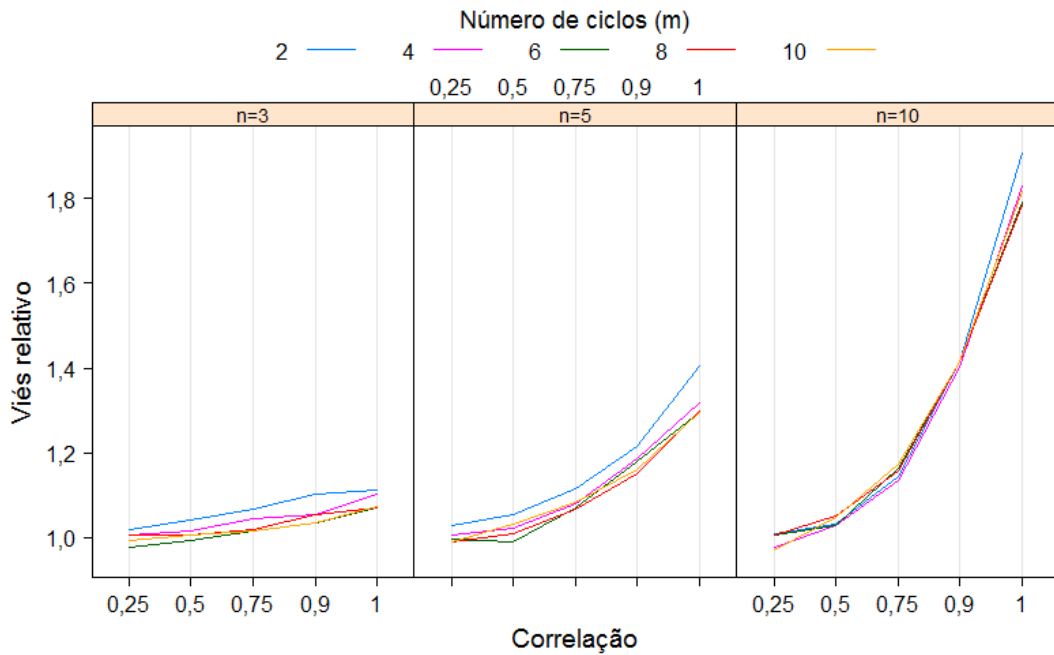


Figura 6 – Erro Quadrático Médio para \hat{C}_{pm} - Tabela 7
 Fonte: O autor (2015).

Na Figura 7, é possível observar a distribuição de densidade para \hat{C}_{pm} . A distribuição parece tornar-se mais simétrica à medida que se tem amostras maiores. A correlação entre as variáveis ($\rho_{x,y}$), aparentemente, influencia na amplitude da distribuição.

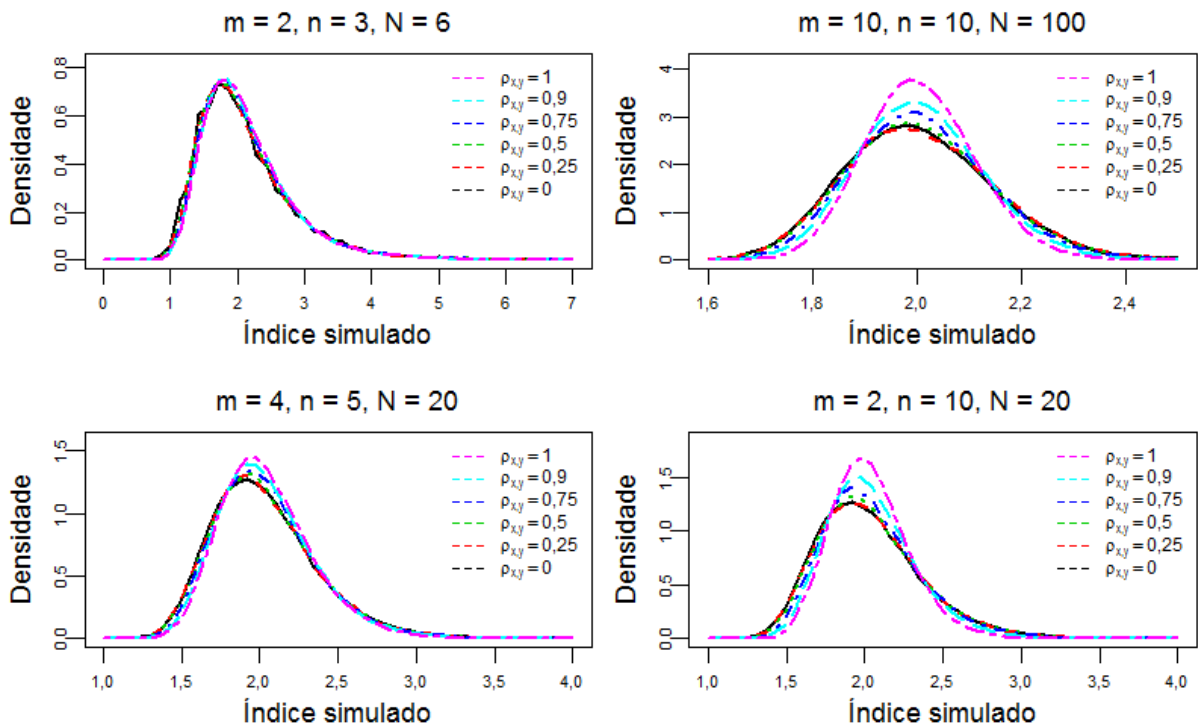


Figura 7 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pm} para o Cenário 1
 Fonte: O autor (2015).

4.3 Cenário 2 - Avaliação dos resultados

O viés relativo de \hat{C}_{pk} , (Tabela 8), diminui à medida que as variáveis estão mais fortemente correlacionadas, principalmente para correlação maior que 0,75. O aumento do tamanho amostral possibilita ganhos mais expressivos na ACO em comparação à AAS.

Tabela 8 – Viés relativo de \hat{C}_{pk} , obtido via simulação, para um processo com $C_{pk} = 1,67$ ($\sigma^2 = 1,9521$, $\mu = 1001$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 (AAS) | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,1840 | 0,1870 | 0,1804 | 0,1693 | 0,1588 | 0,1483 |
| 4 | | 0,0749 | 0,0727 | 0,0729 | 0,0681 | 0,0666 | 0,0636 |
| 6 | | 0,0456 | 0,0479 | 0,0470 | 0,0452 | 0,0436 | 0,0402 |
| 8 | | 0,0338 | 0,0320 | 0,0320 | 0,0316 | 0,0297 | 0,0291 |
| 10 | | 0,0266 | 0,0267 | 0,0264 | 0,0254 | 0,0241 | 0,0231 |
| 2 | 5 | 0,0936 | 0,0942 | 0,0906 | 0,0837 | 0,0741 | 0,0660 |
| 4 | | 0,0413 | 0,0411 | 0,0401 | 0,0382 | 0,0344 | 0,0314 |
| 6 | | 0,0266 | 0,0275 | 0,0286 | 0,0259 | 0,0236 | 0,0208 |
| 8 | | 0,0193 | 0,0193 | 0,0190 | 0,0181 | 0,0168 | 0,0155 |
| 10 | | 0,0150 | 0,0149 | 0,0147 | 0,0146 | 0,0138 | 0,0128 |
| 2 | 10 | 0,0413 | 0,0439 | 0,0411 | 0,0367 | 0,0294 | 0,0216 |
| 4 | | 0,0193 | 0,0208 | 0,0186 | 0,0165 | 0,0132 | 0,0106 |
| 6 | | 0,0122 | 0,0123 | 0,0118 | 0,0108 | 0,0086 | 0,0071 |
| 8 | | 0,0093 | 0,0102 | 0,0089 | 0,0083 | 0,0065 | 0,0054 |
| 10 | | 0,0070 | 0,0082 | 0,0074 | 0,0070 | 0,0053 | 0,0042 |

Fonte: O autor (2015).

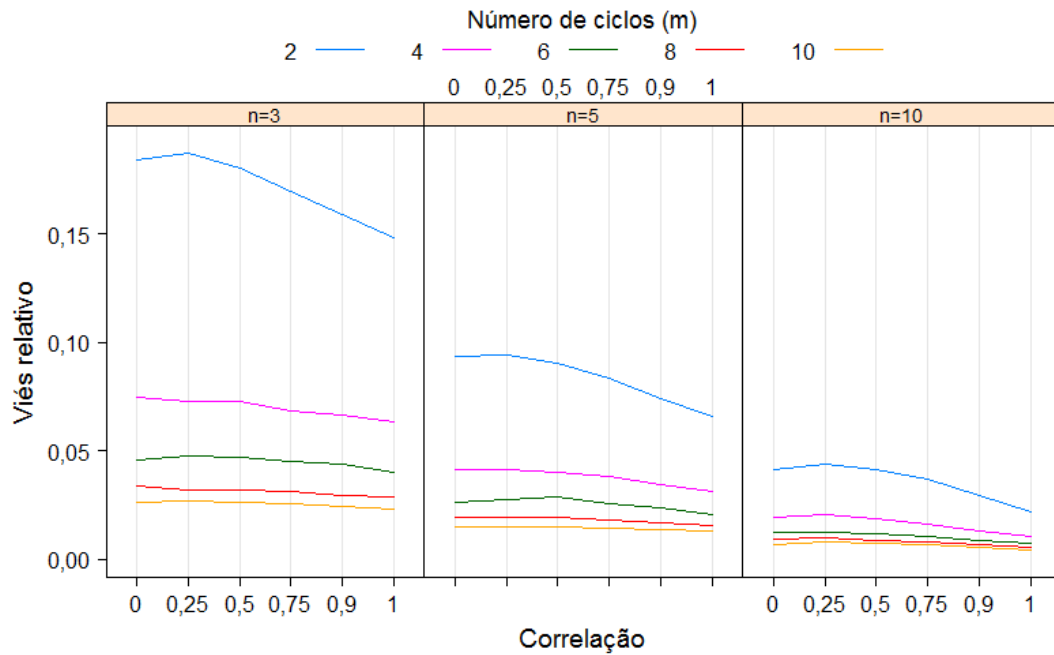


Figura 8 – Viés relativo para \hat{C}_{pk} - Tabela 8

Fonte: O autor (2015).

Para o EQMr (Tabela 8) de \hat{C}_{pk} , a AAS apresentou EQM de até, aproximadamente, 120% maior do que a ACO, para $m = 2$ e $n = 10$ e $\rho_{x,y} = 1$.

Além disso, à medida que se tem variáveis mais fortemente correlacionadas, principalmente a partir de 0,75, os ganhos decorrentes do uso da ACO, em relação à AAS, são maiores.

Tabela 9 – Precisão relativa de \hat{C}_{pk} , dada por EQMr, para um processo com $C_{pk} = 1,67$ ($\sigma^2 = 1,9521$, $\mu = 1001$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,9980 | 1,0570 | 1,1877 | 1,2950 | 1,4165 |
| 4 | | 1,0066 | 1,0303 | 1,1067 | 1,1540 | 1,2463 |
| 6 | | 0,9659 | 0,9927 | 1,0452 | 1,0958 | 1,1680 |
| 8 | | 1,0120 | 1,0272 | 1,0581 | 1,1190 | 1,1584 |
| 10 | | 0,9984 | 1,0059 | 1,0403 | 1,0904 | 1,1479 |
| 2 | 5 | 1,0137 | 1,0675 | 1,1947 | 1,3916 | 1,6975 |
| 4 | | 0,9979 | 1,0455 | 1,1326 | 1,2970 | 1,4782 |
| 6 | | 0,9913 | 0,9993 | 1,1203 | 1,2573 | 1,4161 |
| 8 | | 0,9896 | 1,0298 | 1,1109 | 1,2275 | 1,4007 |
| 10 | | 1,0004 | 1,0470 | 1,1284 | 1,2290 | 1,3857 |
| 2 | 10 | 1,0056 | 1,0243 | 1,2141 | 1,5639 | 2,2011 |
| 4 | | 0,9776 | 1,0530 | 1,1963 | 1,5201 | 2,0156 |
| 6 | | 1,0128 | 1,0376 | 1,2161 | 1,5147 | 1,9472 |
| 8 | | 1,0114 | 1,0568 | 1,1952 | 1,4959 | 1,9178 |
| 10 | | 0,9678 | 1,0589 | 1,2053 | 1,4951 | 1,9398 |

Fonte: O autor (2015).

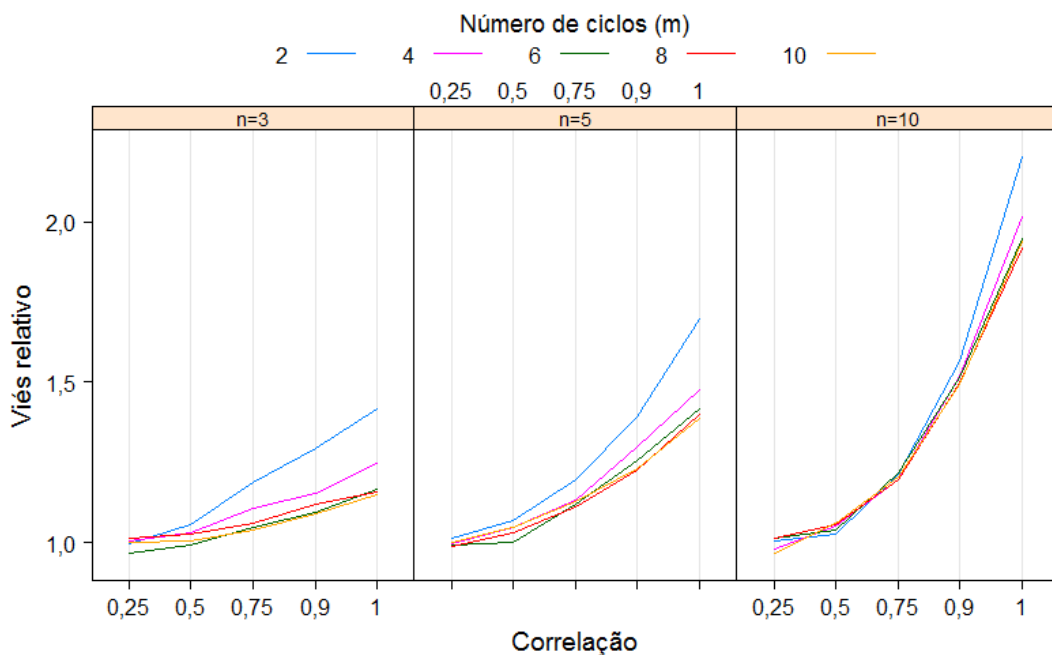


Figura 9 – Erro Quadrático Médio para \hat{C}_{pk} - Tabela 9

Fonte: O autor (2015).

Na Figura 10, é possível verificar a distribuição de densidade de \hat{C}_{pk} . Embora exista uma certa assimetria à direita, principalmente para $m = 2$, $n = 3$ e $N = 6$, essa assimetria diminui à medida que o tamanho amostral aumenta, bem como, à medida que se tem variáveis mais correlacionadas, como no gráfico para $m = 10$, $n = 10$, $N = 100$.

Também é possível verificar que, à medida que a correlação entre as variáveis é mais forte, a concentração da distribuição de \hat{C}_{pk} é maior.

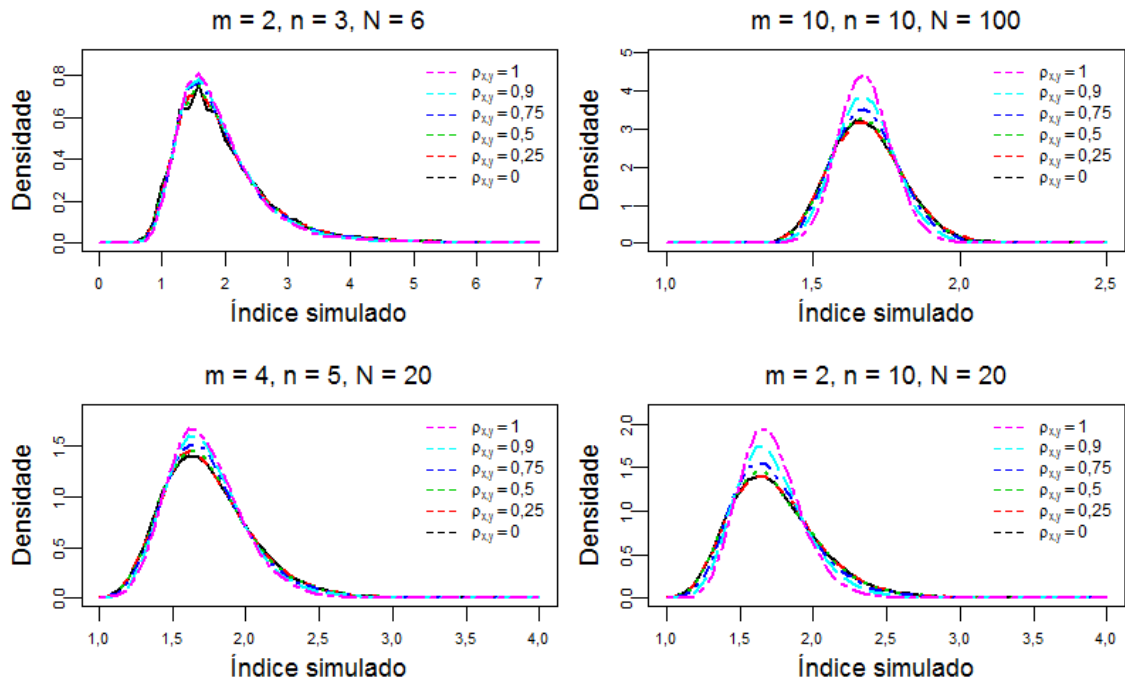


Figura 10 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pk} para o Cenário 2

Fonte: O autor (2015).

Para o estimador \hat{C}_{pm} , foi possível observar (Tabela 10) uma diminuição no viés relativo à medida que a correlação entre as variáveis aumenta, decorrente do uso da ACO em relação à AAS. Lembrando que, no Cenário 1 (Tabela 6), quando avaliado também em relação à \hat{C}_{pm} , esse resultado não foi tão claramente verificado.

Foi possível verificar ainda que, o viés relativo (Tabela 10) diminuiu com o aumento do número de ciclos (m) e dos tamanhos dos conjuntos (n), bem como à medida em que se considerou variáveis mais fortemente correlacionadas.

Tabela 10 – Viés relativo de \hat{C}_{pm} , obtido via simulação, para um processo com $C_{pm} = 1,55$
 $(\sigma^2 = 1,9521, \mu = 1001)$

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 (AAS) | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,0685 | 0,0714 | 0,0688 | 0,0649 | 0,0620 | 0,0571 |
| 4 | | 0,0310 | 0,0302 | 0,0309 | 0,0278 | 0,0268 | 0,0265 |
| 6 | | 0,0193 | 0,0218 | 0,0215 | 0,0198 | 0,0191 | 0,0166 |
| 8 | | 0,0148 | 0,0124 | 0,0130 | 0,0131 | 0,0120 | 0,0121 |
| 10 | | 0,0118 | 0,0118 | 0,0120 | 0,0117 | 0,0105 | 0,0095 |
| 2 | 5 | 0,0379 | 0,0392 | 0,0375 | 0,0345 | 0,0306 | 0,0280 |
| 4 | | 0,0176 | 0,0171 | 0,0166 | 0,0163 | 0,0146 | 0,0137 |
| 6 | | 0,0118 | 0,0120 | 0,0120 | 0,0111 | 0,0104 | 0,0093 |
| 8 | | 0,0084 | 0,0078 | 0,0080 | 0,0079 | 0,0071 | 0,0069 |
| 10 | | 0,0063 | 0,0065 | 0,0063 | 0,0060 | 0,0060 | 0,0058 |
| 2 | 10 | 0,0176 | 0,0194 | 0,0178 | 0,0159 | 0,0126 | 0,0094 |
| 4 | | 0,0084 | 0,0091 | 0,0079 | 0,0066 | 0,0052 | 0,0044 |
| 6 | | 0,0052 | 0,0055 | 0,0050 | 0,0047 | 0,0036 | 0,0031 |
| 8 | | 0,0040 | 0,0046 | 0,0036 | 0,0035 | 0,0028 | 0,0023 |
| 10 | | 0,0030 | 0,0035 | 0,0033 | 0,0031 | 0,0021 | 0,0018 |

Fonte: O autor (2015).

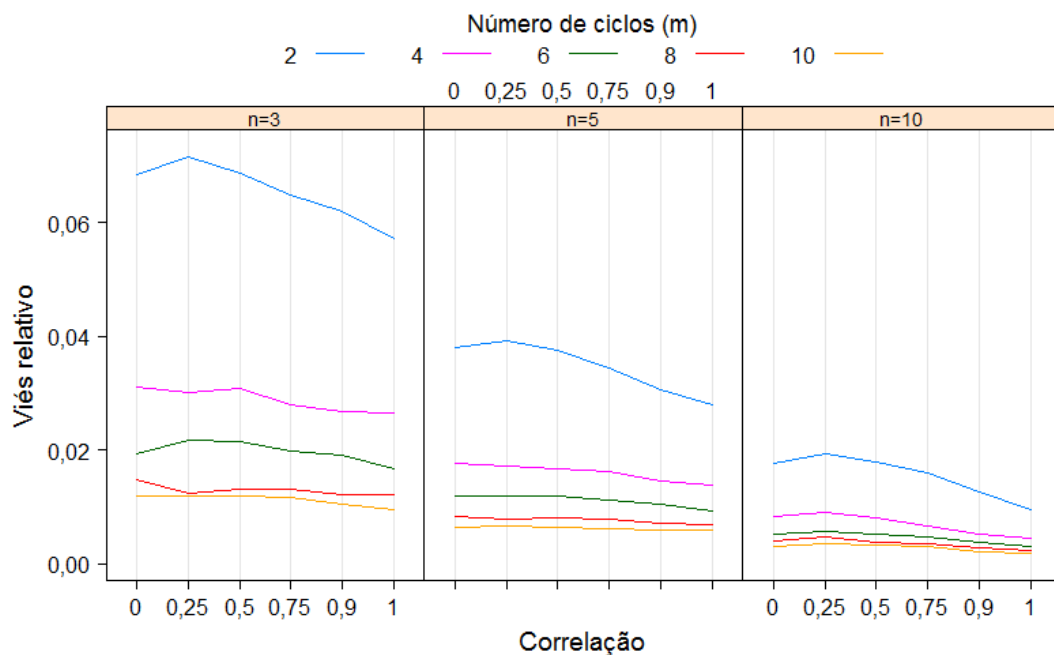


Figura 11 – Viés relativo para \hat{C}_{pm} - Tabela 10

Fonte: O autor (2015).

Para o estimador \hat{C}_{pm} (Tabela 11), é possível observar que, a precisão relativa, dada por EQMr, apresentou ganhos, decorrentes do uso da ACO em relação à AAS, de até, aproximadamente, 184%, para $m = 2$, $n = 10$ e $\rho_{x,y} = 1$.

Tabela 11 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simulação para um processo com $C_{pm} = 1,55$ ($\sigma^2 = 1,9521$, $\mu = 1001$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,9995 | 1,0835 | 1,2494 | 1,4208 | 1,6014 |
| 4 | | 1,0176 | 1,0673 | 1,2232 | 1,3581 | 1,5043 |
| 6 | | 0,9724 | 1,0294 | 1,1417 | 1,2747 | 1,4313 |
| 8 | | 1,0163 | 1,0745 | 1,1719 | 1,3040 | 1,4188 |
| 10 | | 1,0089 | 1,0492 | 1,1519 | 1,2900 | 1,4157 |
| 2 | 5 | 1,0105 | 1,0880 | 1,3241 | 1,6155 | 2,0137 |
| 4 | | 1,0018 | 1,0976 | 1,2879 | 1,5683 | 1,8657 |
| 6 | | 0,9941 | 1,0760 | 1,2815 | 1,5343 | 1,8105 |
| 8 | | 1,0183 | 1,0930 | 1,2721 | 1,5183 | 1,8050 |
| 10 | | 1,0165 | 1,0963 | 1,3004 | 1,5175 | 1,7934 |
| 2 | 10 | 1,0152 | 1,0990 | 1,4154 | 1,9322 | 2,8408 |
| 4 | | 1,0062 | 1,1357 | 1,4124 | 1,9358 | 2,7263 |
| 6 | | 1,0251 | 1,1234 | 1,4362 | 1,9320 | 2,6799 |
| 8 | | 1,0339 | 1,1410 | 1,4093 | 1,8941 | 2,6317 |
| 10 | | 1,0023 | 1,1320 | 1,4152 | 1,9069 | 2,6672 |

Fonte: O autor (2015).

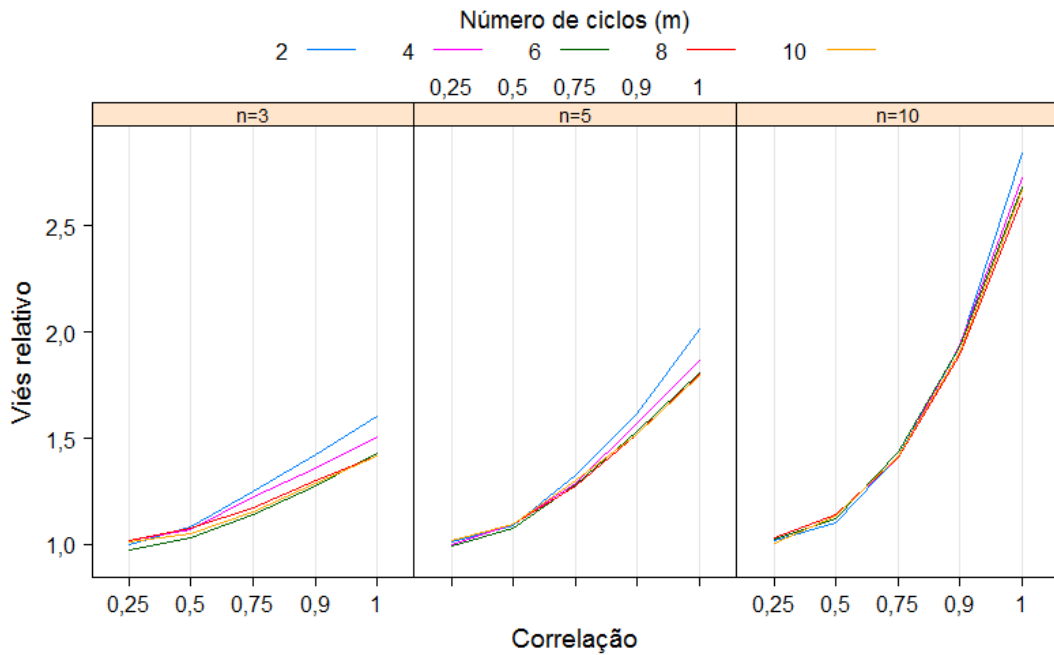


Figura 12 – Erro Quadrático Médio para \hat{C}_{pm} - Tabela 11
 Fonte: O autor (2015).

A densidade para \hat{C}_{pm} pode ser observada na Figura 13, tendo um distribuição bastante similar a observada para \hat{C}_{pk} , de forma que, a simetria tende a diminuir à medida que o tamanho amostral aumenta, bem como para maiores correlações ($\rho_{x,y}$).

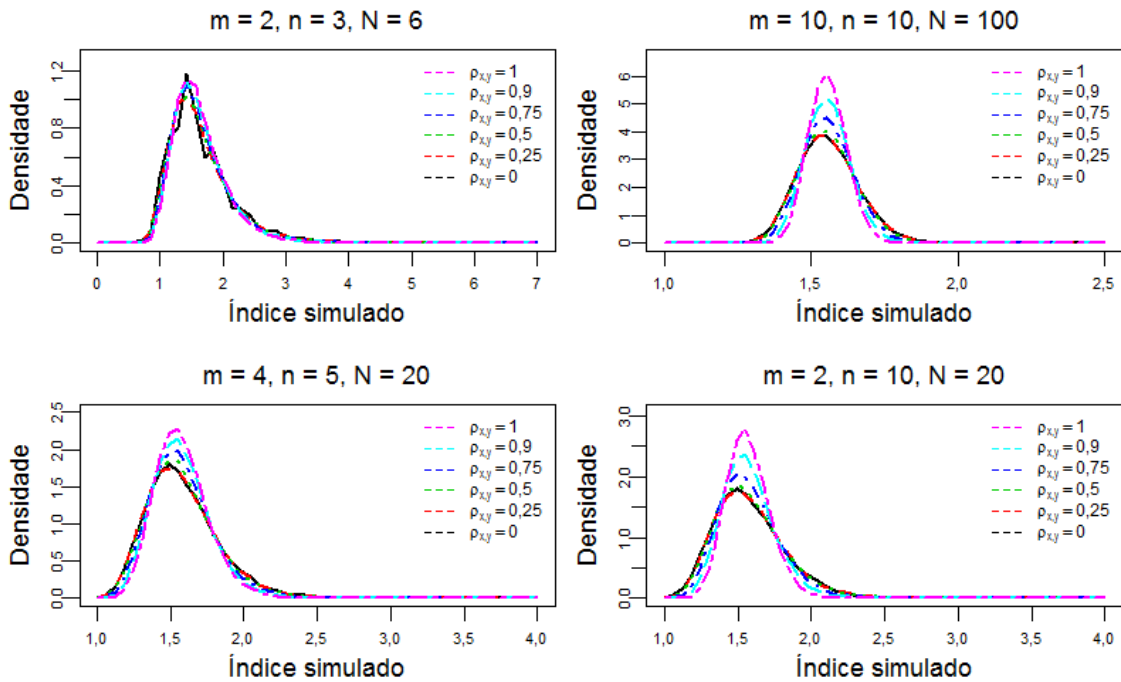


Figura 13 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pm} para o Cenário 2
 Fonte: O autor (2015).

4.4 Cenário 3 - Avaliação dos resultados

Os resultados para o Cenário 3, tanto para \hat{C}_{pk} , quanto para \hat{C}_{pm} , foram similares aos resultados obtidos para o Cenário 2 e podem ser verificados nas Tabelas 12 a 15.

Através das Figuras 16 e 19, é possível verificar o mesmo comportamento de simetria dos estimadores, porém, observou neste ponto, que a densidade estaria aumentando de um Cenário para o outro, isto é, à medida que o processo sofre um deslocamento na média, e aumento da variância.

Tabela 12 – Viés relativo dos Índices simulados para um processo com $C_{pk} = 1,33$ ($\sigma^2 = 2,2612$, $\mu = 1002$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 (AAS) | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,1839 | 0,1886 | 0,1801 | 0,1701 | 0,1588 | 0,1483 |
| 4 | | 0,0749 | 0,0727 | 0,0729 | 0,0681 | 0,0661 | 0,0636 |
| 6 | | 0,0456 | 0,0484 | 0,0469 | 0,0451 | 0,0438 | 0,0401 |
| 8 | | 0,0339 | 0,0318 | 0,0319 | 0,0315 | 0,0297 | 0,0291 |
| 10 | | 0,0266 | 0,0268 | 0,0269 | 0,0257 | 0,0242 | 0,0231 |
| 2 | 5 | 0,0936 | 0,0964 | 0,0910 | 0,0833 | 0,0741 | 0,0661 |
| 4 | | 0,0413 | 0,0404 | 0,0404 | 0,0383 | 0,0345 | 0,0314 |
| 6 | | 0,0266 | 0,0278 | 0,0279 | 0,0265 | 0,0238 | 0,0208 |
| 8 | | 0,0193 | 0,0188 | 0,0188 | 0,0181 | 0,0168 | 0,0155 |
| 10 | | 0,0150 | 0,0151 | 0,0149 | 0,0143 | 0,0139 | 0,0128 |
| 2 | 10 | 0,0413 | 0,0434 | 0,0426 | 0,0364 | 0,0293 | 0,0216 |
| 4 | | 0,0193 | 0,0205 | 0,0184 | 0,0166 | 0,0132 | 0,0106 |
| 6 | | 0,0122 | 0,0121 | 0,0117 | 0,0106 | 0,0088 | 0,0071 |
| 8 | | 0,0093 | 0,0103 | 0,0095 | 0,0081 | 0,0065 | 0,0054 |
| 10 | | 0,0070 | 0,0076 | 0,0077 | 0,0072 | 0,0052 | 0,0042 |

Fonte: O autor (2015).

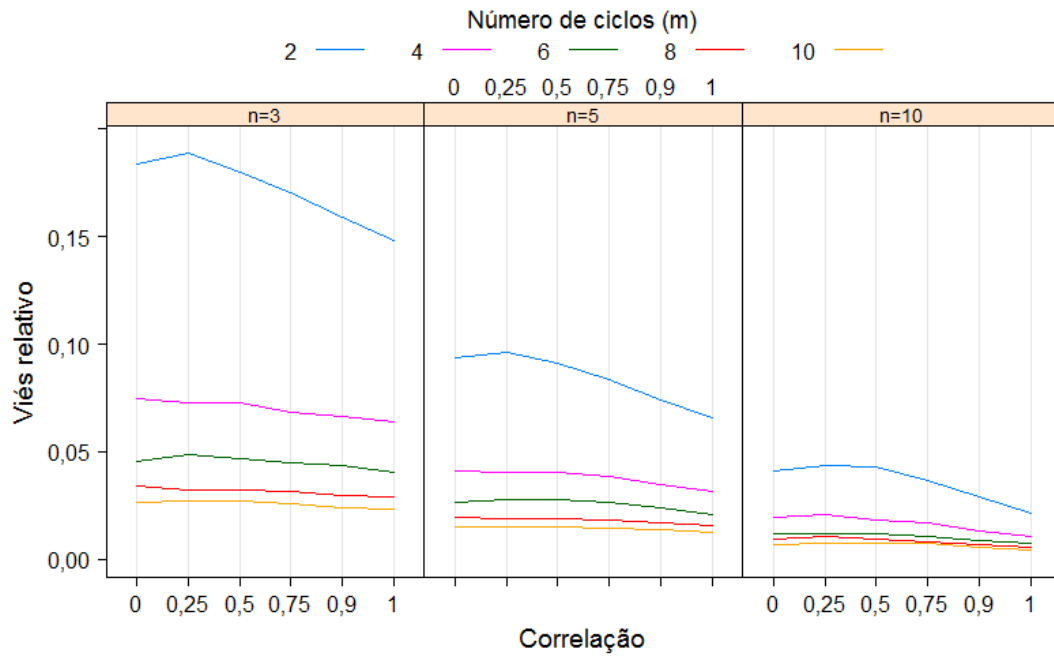


Figura 14 – Viés relativo para \widehat{C}_{pk} - Tabela 12

Fonte: O autor (2015).

Em termos de EQMr, a utilização da ACO em relação à AAS, possibilitou ganhos de até, aproximadamente, 124%, para $m = 2$, $n = 10$ e $\rho_{x,y} = 1$.

Tabela 13 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simulação para um processo com $C_{pk} = 1,33$ ($\sigma^2 = 2,2612$, $\mu = 1002$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,9798 | 1,0597 | 1,1818 | 1,3060 | 1,4247 |
| 4 | | 1,0128 | 1,0287 | 1,1154 | 1,1701 | 1,2597 |
| 6 | | 0,9677 | 0,9971 | 1,0461 | 1,1091 | 1,1844 |
| 8 | | 1,0104 | 1,0263 | 1,0653 | 1,1319 | 1,1752 |
| 10 | | 0,9954 | 1,0026 | 1,0459 | 1,1048 | 1,1660 |
| 2 | 5 | 0,9935 | 1,0752 | 1,2169 | 1,4074 | 1,7165 |
| 4 | | 1,0026 | 1,0358 | 1,1384 | 1,3064 | 1,5014 |
| 6 | | 0,9880 | 1,0163 | 1,1259 | 1,2746 | 1,4414 |
| 8 | | 0,9956 | 1,0358 | 1,1212 | 1,2472 | 1,4270 |
| 10 | | 1,0000 | 1,0523 | 1,1418 | 1,2461 | 1,4124 |
| 2 | 10 | 0,9932 | 1,0229 | 1,2141 | 1,5907 | 2,2406 |
| 4 | | 0,9873 | 1,0619 | 1,2157 | 1,5396 | 2,0606 |
| 6 | | 1,0071 | 1,0482 | 1,2322 | 1,5393 | 1,9931 |
| 8 | | 1,0017 | 1,0655 | 1,2165 | 1,5218 | 1,9625 |
| 10 | | 0,9911 | 1,0491 | 1,2058 | 1,5229 | 1,9859 |

Fonte: O autor (2015).

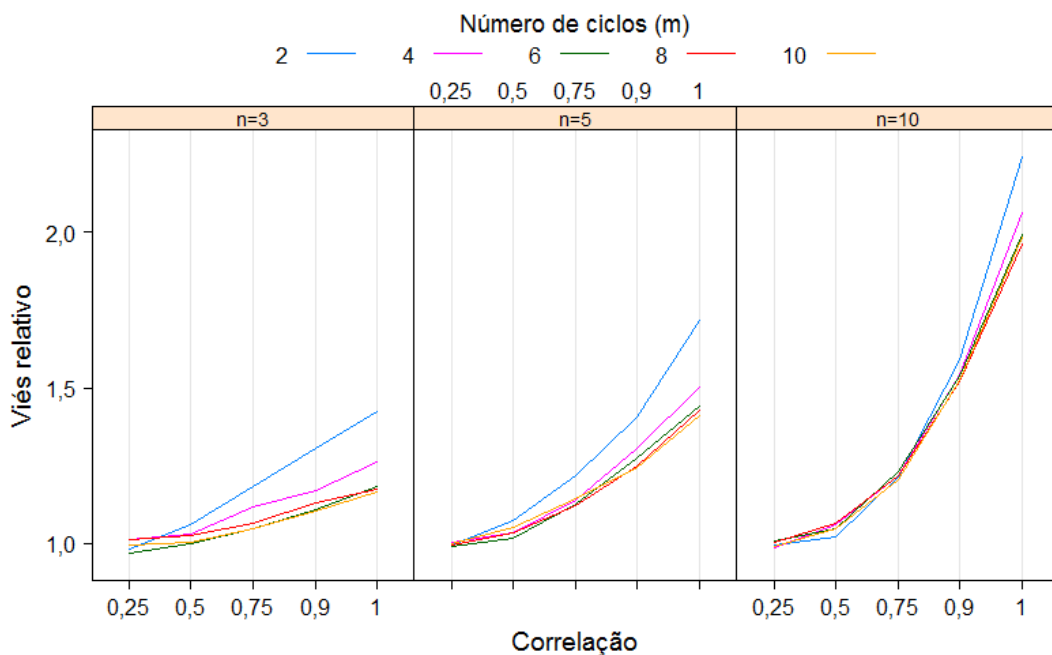


Figura 15 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pk} - Tabela 13

Fonte: O autor (2015).

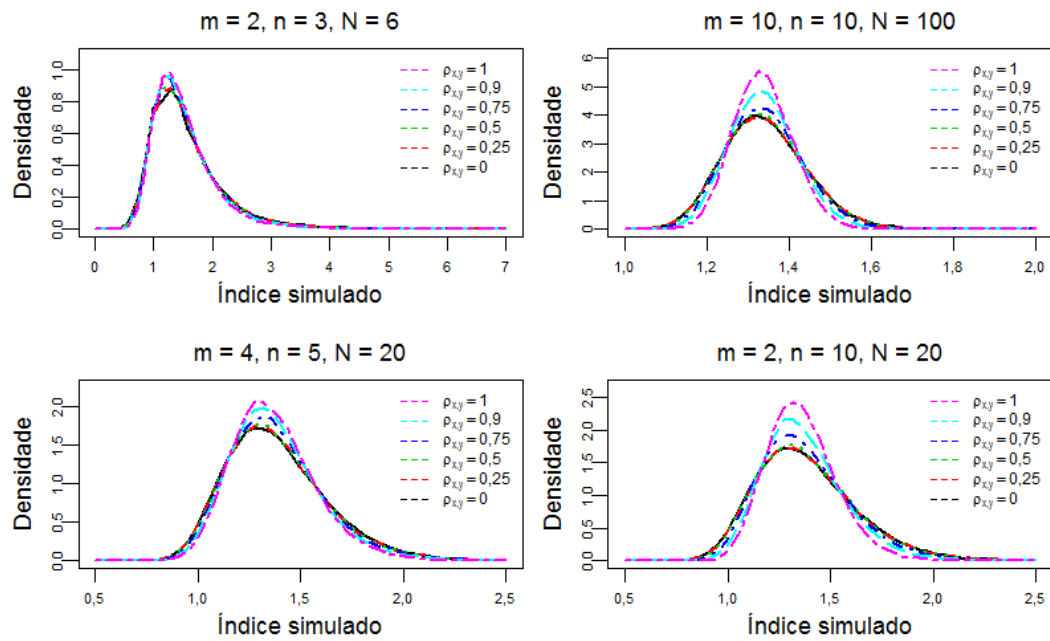


Figura 16 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pk} para o Cenário 3
 Fonte: O autor (2015).

Tabela 14 – Viés relativo dos Índices simulados para um processo com $C_{pm} = 1,0657$
 ($\sigma^2 = 2,2612$, $\mu = 1002$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 (AAS) | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,0509 | 0,0517 | 0,0476 | 0,0410 | 0,0360 | 0,0311 |
| 4 | | 0,0236 | 0,0226 | 0,0221 | 0,0181 | 0,0160 | 0,0151 |
| 6 | | 0,0151 | 0,0164 | 0,0153 | 0,0127 | 0,0116 | 0,0093 |
| 8 | | 0,0116 | 0,0092 | 0,0091 | 0,0086 | 0,0072 | 0,0069 |
| 10 | | 0,0093 | 0,0094 | 0,0088 | 0,0081 | 0,0067 | 0,0053 |
| 2 | 5 | 0,0289 | 0,0288 | 0,0264 | 0,0208 | 0,0170 | 0,0146 |
| 4 | | 0,0138 | 0,0125 | 0,0118 | 0,0103 | 0,0083 | 0,0073 |
| 6 | | 0,0093 | 0,0092 | 0,0079 | 0,0067 | 0,0061 | 0,0050 |
| 8 | | 0,0066 | 0,0056 | 0,0053 | 0,0048 | 0,0040 | 0,0037 |
| 10 | | 0,0050 | 0,0052 | 0,0046 | 0,0037 | 0,0034 | 0,0031 |
| 2 | 10 | 0,0138 | 0,0135 | 0,0129 | 0,0092 | 0,0067 | 0,0045 |
| 4 | | 0,0066 | 0,0063 | 0,0057 | 0,0040 | 0,0026 | 0,0020 |
| 6 | | 0,0042 | 0,0038 | 0,0035 | 0,0030 | 0,0021 | 0,0015 |
| 8 | | 0,0032 | 0,0037 | 0,0030 | 0,0020 | 0,0015 | 0,0010 |
| 10 | | 0,0025 | 0,0022 | 0,0023 | 0,0018 | 0,0010 | 0,0008 |

Fonte: O autor (2015).

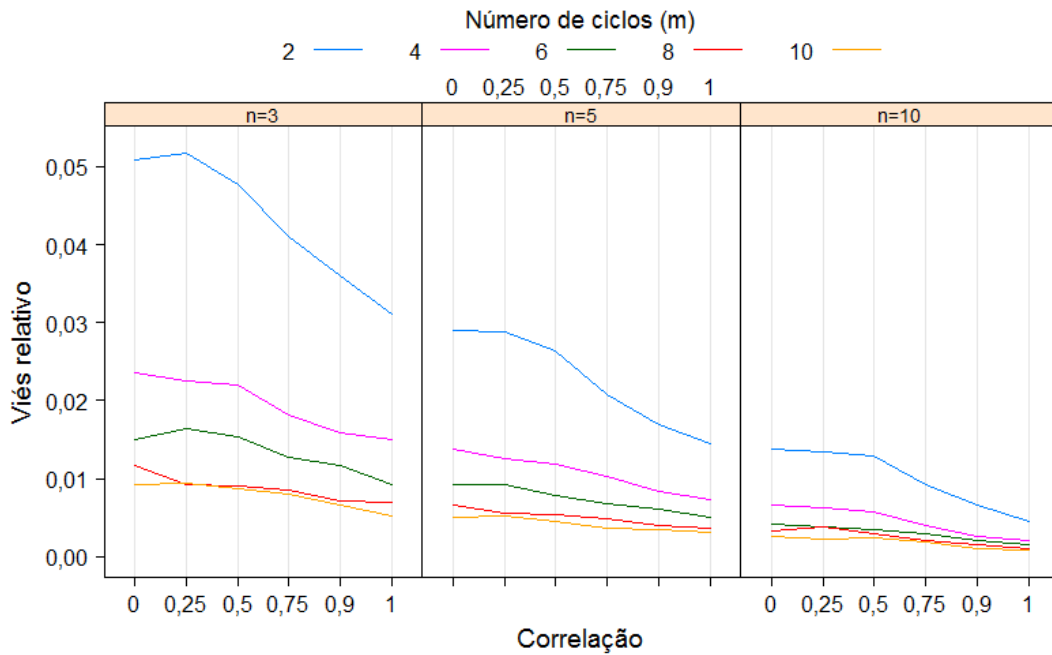


Figura 17 – Viés relativo para \widehat{C}_{pm} - Tabela 14
 Fonte: O autor (2015).

Tabela 15 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simulação para um processo com $C_{pm} = 1,0657$ ($\sigma^2 = 2,2612$, $\mu = 1002$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 1,0286 | 1,1422 | 1,4051 | 1,7262 | 2,0583 |
| 4 | | 1,0396 | 1,1313 | 1,3578 | 1,5821 | 1,8184 |
| 6 | | 1,0029 | 1,0924 | 1,2765 | 1,4903 | 1,7397 |
| 8 | | 1,0372 | 1,1238 | 1,2904 | 1,5037 | 1,7086 |
| 10 | | 1,0107 | 1,0932 | 1,2676 | 1,4837 | 1,6964 |
| 2 | 5 | 1,0243 | 1,1608 | 1,5407 | 1,9756 | 2,5767 |
| 4 | | 1,0173 | 1,1461 | 1,4619 | 1,8784 | 2,3555 |
| 6 | | 1,0053 | 1,1465 | 1,4341 | 1,8138 | 2,2734 |
| 8 | | 1,0355 | 1,1520 | 1,4236 | 1,7977 | 2,2473 |
| 10 | | 1,0313 | 1,1419 | 1,4373 | 1,7889 | 2,2373 |
| 2 | 10 | 1,0319 | 1,1921 | 1,6313 | 2,4124 | 3,8263 |
| 4 | | 1,0369 | 1,2073 | 1,6111 | 2,3758 | 3,6415 |
| 6 | | 1,0407 | 1,1931 | 1,6204 | 2,3399 | 3,5758 |
| 8 | | 1,0218 | 1,1965 | 1,6230 | 2,3241 | 3,5233 |
| 10 | | 1,0382 | 1,1904 | 1,6018 | 2,3347 | 3,5608 |

Fonte: O autor (2015).

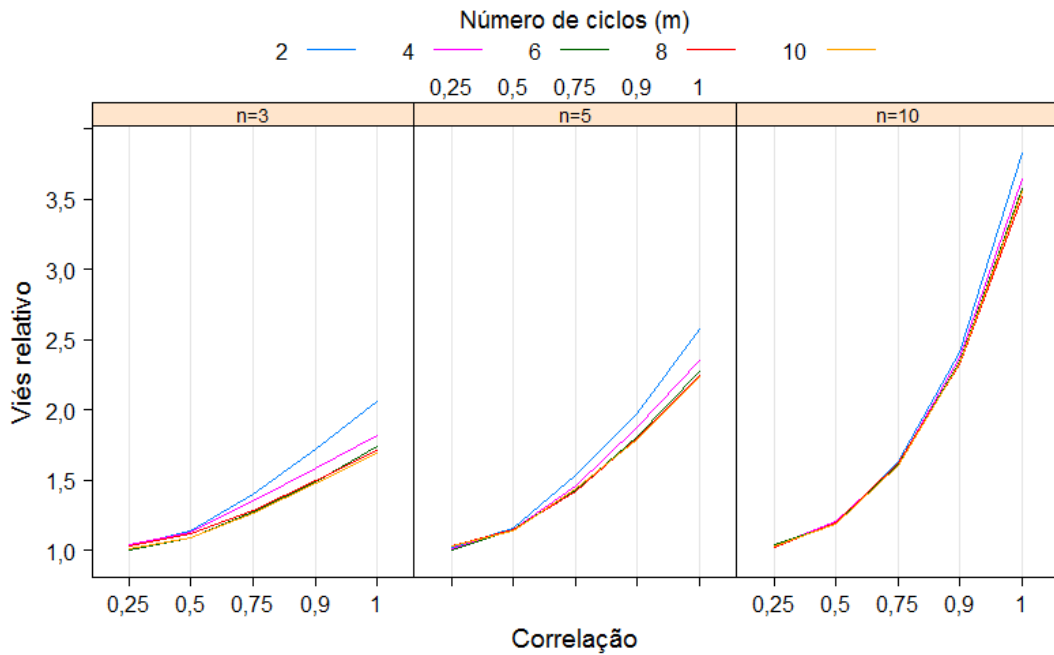


Figura 18 – Erro Quadrático Médio para \hat{C}_{pm} - Tabela 15
 Fonte: O autor (2015).

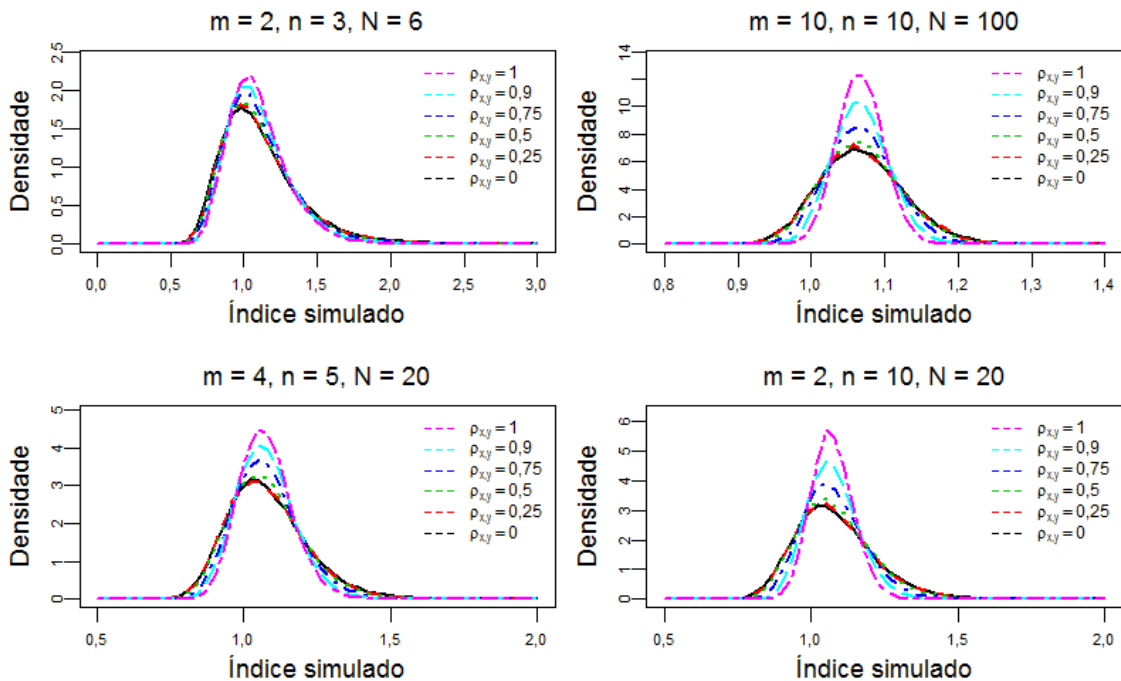


Figura 19 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pm} para o Cenário 3
 Fonte: O autor (2015).

4.5 Cenário 4 - Avaliação dos Resultados

Como observado anteriormente, além do comportamento entre os cenários ser bastante semelhante, verificou-se que, à medida que a capacidade do processo diminui, o

uso da ACO, em comparação à AAS, possibilita ganhos ainda mais expressivos.

Para o viés relativo de \hat{C}_{pk} (Tabela 16), por exemplo, no caso em que $m = 4$, $n = 5$ e $\rho_{x,y} = 0,75$, para os Cenários 1 a 4, tem-se os seguintes valores: 0,0383, 0,0382, 0,0383, 0,0380, não parecendo existir grande diferença entre os cenários. No entanto, para \hat{C}_{pm} , considerando $m = 4$, $n = 5$ e $\rho_{x,y} = 0,75$, para os Cenários 1 a 4, o viés relativo foi de: 0,0203, 0,0163, 0,0103, 0,0070, possibilitando uma redução de viés de um cenário para o outro, isto é, à medida que o processo sofre algum tipo de aumento, tanto na média de Y (μ_y), quanto na variância de Y (σ_y), viés de estimação diminui.

Em termos de EQMr, para os Cenários 1 a 4, tanto para \hat{C}_{pk} , como para \hat{C}_{pm} , o ganho decorrente do uso da ACO, em comparação à AAS, aumenta de um cenário para o outro, considerando o mesmo número de ciclos (m), mesmo tamanho dos conjuntos e mesma correção ($\rho_{x,y}$).

Tabela 16 – Viés relativo dos Índices simulados para um processo com $C_{pk} = 1$ ($\sigma^2 = 2,7777$, $\mu = 1003$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 (AAS) | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,1838 | 0,1870 | 0,1824 | 0,1698 | 0,1593 | 0,1484 |
| 4 | | 0,0749 | 0,0732 | 0,0724 | 0,0684 | 0,0657 | 0,0637 |
| 6 | | 0,0456 | 0,0475 | 0,0469 | 0,0451 | 0,0438 | 0,0401 |
| 8 | | 0,0339 | 0,0317 | 0,0317 | 0,0316 | 0,0298 | 0,0291 |
| 10 | | 0,0267 | 0,0266 | 0,0267 | 0,0260 | 0,0243 | 0,0230 |
| 2 | 5 | 0,0937 | 0,0973 | 0,0930 | 0,0834 | 0,0743 | 0,0661 |
| 4 | | 0,0413 | 0,0405 | 0,0395 | 0,0380 | 0,0346 | 0,0314 |
| 6 | | 0,0267 | 0,0276 | 0,0280 | 0,0266 | 0,0239 | 0,0208 |
| 8 | | 0,0193 | 0,0187 | 0,0186 | 0,0182 | 0,0167 | 0,0155 |
| 10 | | 0,0149 | 0,0157 | 0,0152 | 0,0144 | 0,0139 | 0,0128 |
| 2 | 10 | 0,0413 | 0,0433 | 0,0425 | 0,0365 | 0,0296 | 0,0216 |
| 4 | | 0,0193 | 0,0208 | 0,0190 | 0,0168 | 0,0132 | 0,0105 |
| 6 | | 0,0122 | 0,0113 | 0,0118 | 0,0107 | 0,0087 | 0,0071 |
| 8 | | 0,0093 | 0,0104 | 0,0096 | 0,0079 | 0,0068 | 0,0054 |
| 10 | | 0,0070 | 0,0075 | 0,0070 | 0,0069 | 0,0052 | 0,0041 |

Fonte: O autor (2015).

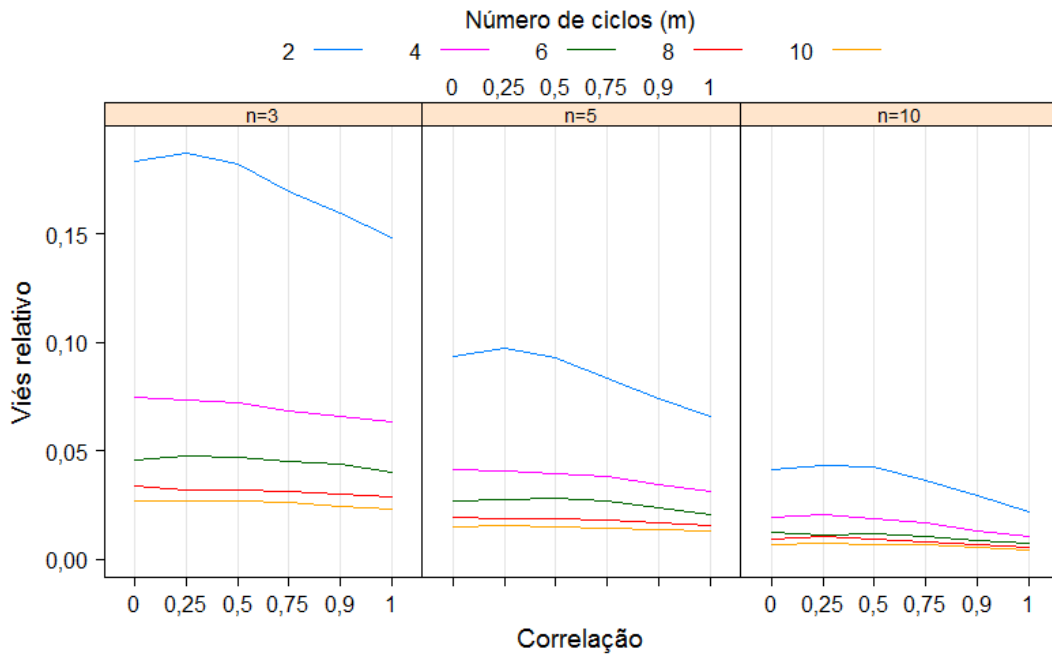


Figura 20 – Viés relativo para \widehat{C}_{pk} - Tabela 16

Fonte: O autor (2015).

Tabela 17 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simulação para um processo com $C_{pk} = 1$ ($\sigma^2 = 2.7777$, $\mu = 1003$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 1,0162 | 1,0409 | 1,1768 | 1,2985 | 1,4426 |
| 4 | | 1,0096 | 1,0386 | 1,1254 | 1,2058 | 1,2867 |
| 6 | | 0,9743 | 1,0023 | 1,0644 | 1,1303 | 1,2165 |
| 8 | | 1,0103 | 1,0340 | 1,0791 | 1,1536 | 1,2082 |
| 10 | | 0,9938 | 1,0126 | 1,0618 | 1,1337 | 1,2012 |
| 2 | 5 | 0,9801 | 1,0535 | 1,2213 | 1,4319 | 1,7554 |
| 4 | | 0,9986 | 1,0430 | 1,1637 | 1,3386 | 1,5482 |
| 6 | | 0,9897 | 1,0164 | 1,1431 | 1,3109 | 1,4917 |
| 8 | | 0,9977 | 1,0475 | 1,1425 | 1,2845 | 1,4789 |
| 10 | | 1,0016 | 1,0485 | 1,1649 | 1,2886 | 1,4650 |
| 2 | 10 | 0,9998 | 1,0579 | 1,2404 | 1,6278 | 2,3219 |
| 4 | | 0,9898 | 1,0682 | 1,2510 | 1,5875 | 2,1508 |
| 6 | | 1,0048 | 1,0529 | 1,2554 | 1,5949 | 2,0852 |
| 8 | | 0,9947 | 1,0767 | 1,2475 | 1,5810 | 2,0525 |
| 10 | | 0,9982 | 1,0600 | 1,2539 | 1,5721 | 2,0785 |

Fonte: O autor (2015).

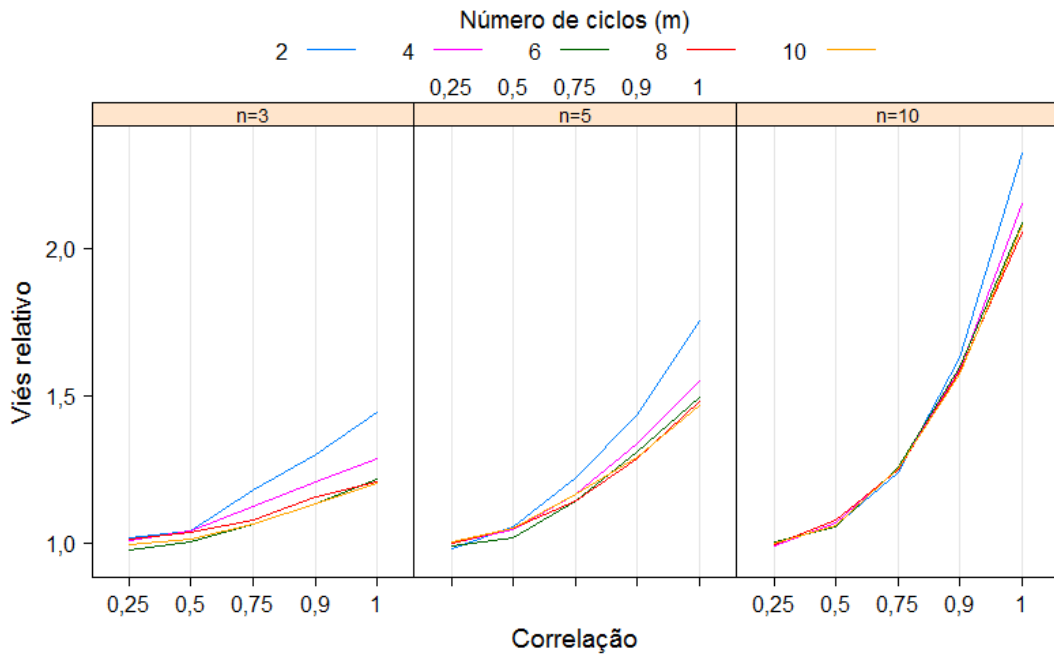


Figura 21 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pk} - Tabela 17
 Fonte: O autor (2015).

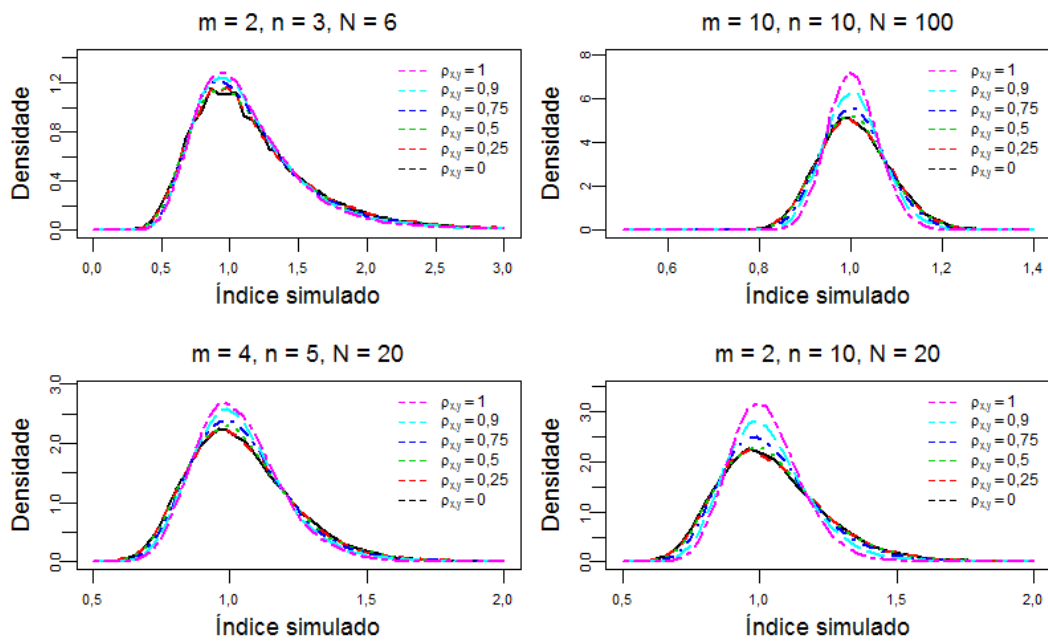


Figura 22 – Função de densidade do estimador \widehat{C}_{pk} para o Cenário 4
 Fonte: O autor (2015).

Tabela 18 – Viés relativo dos Índices simulados para um processo com $C_{pm} = 0,7770$
 $(\sigma^2 = 2,7777, \mu = 1003)$

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 (AAS) | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,0358 | 0,0358 | 0,0332 | 0,0271 | 0,0239 | 0,0202 |
| 4 | | 0,0170 | 0,0165 | 0,0154 | 0,0127 | 0,0107 | 0,0100 |
| 6 | | 0,0110 | 0,0113 | 0,0111 | 0,0089 | 0,0078 | 0,0061 |
| 8 | | 0,0085 | 0,0069 | 0,0065 | 0,0060 | 0,0049 | 0,0046 |
| 10 | | 0,0068 | 0,0070 | 0,0065 | 0,0059 | 0,0047 | 0,0034 |
| 2 | 5 | 0,0209 | 0,0208 | 0,0190 | 0,0140 | 0,0111 | 0,0093 |
| 4 | | 0,0101 | 0,0089 | 0,0082 | 0,0070 | 0,0054 | 0,0047 |
| 6 | | 0,0068 | 0,0065 | 0,0055 | 0,0045 | 0,0041 | 0,0032 |
| 8 | | 0,0048 | 0,0040 | 0,0039 | 0,0034 | 0,0027 | 0,0024 |
| 10 | | 0,0037 | 0,0041 | 0,0034 | 0,0024 | 0,0022 | 0,0020 |
| 2 | 10 | 0,0101 | 0,0099 | 0,0091 | 0,0063 | 0,0045 | 0,0028 |
| 4 | | 0,0048 | 0,0047 | 0,0042 | 0,0028 | 0,0016 | 0,0012 |
| 6 | | 0,0031 | 0,0027 | 0,0025 | 0,0020 | 0,0014 | 0,0009 |
| 8 | | 0,0024 | 0,0025 | 0,0020 | 0,0013 | 0,0011 | 0,0006 |
| 10 | | 0,0019 | 0,0017 | 0,0012 | 0,0011 | 0,0006 | 0,0005 |

Fonte: O autor (2015).

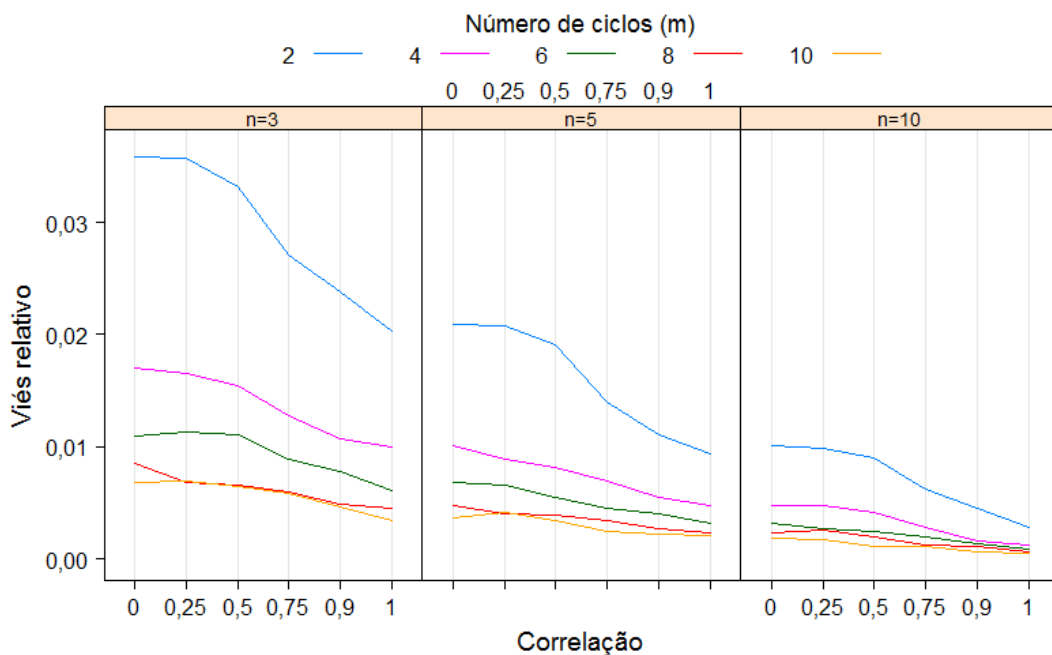


Figura 23 – Viés relativo para \widehat{C}_{pm} - Tabela 18

Fonte: O autor (2015).

Tabela 19 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simulação para um processo com $C_{pm} = 0,7770$ ($\sigma^2 = 2,7777$, $\mu = 1003$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 1,0334 | 1,1713 | 1,4558 | 1,7653 | 2,1056 |
| 4 | | 1,0305 | 1,1363 | 1,3825 | 1,6274 | 1,8903 |
| 6 | | 1,0154 | 1,1097 | 1,3151 | 1,5517 | 1,8294 |
| 8 | | 1,0392 | 1,1414 | 1,3259 | 1,5665 | 1,8021 |
| 10 | | 1,0064 | 1,1017 | 1,3058 | 1,5465 | 1,7909 |
| 2 | 5 | 1,0174 | 1,1626 | 1,5697 | 2,0595 | 2,7089 |
| 4 | | 1,0132 | 1,1589 | 1,5111 | 1,9726 | 2,5162 |
| 6 | | 1,0115 | 1,1639 | 1,4805 | 1,9055 | 2,4435 |
| 8 | | 1,0344 | 1,1608 | 1,4699 | 1,8919 | 2,4135 |
| 10 | | 1,0404 | 1,1417 | 1,4765 | 1,8945 | 2,4095 |
| 2 | 10 | 1,0445 | 1,2132 | 1,7012 | 2,5467 | 4,2038 |
| 4 | | 1,0357 | 1,2229 | 1,6827 | 2,5283 | 4,0322 |
| 6 | | 1,0523 | 1,2114 | 1,6912 | 2,4874 | 3,9751 |
| 8 | | 1,0252 | 1,2191 | 1,7004 | 2,4887 | 3,9253 |
| 10 | | 1,0466 | 1,2174 | 1,6637 | 2,4873 | 3,9650 |

Fonte: O autor (2015).

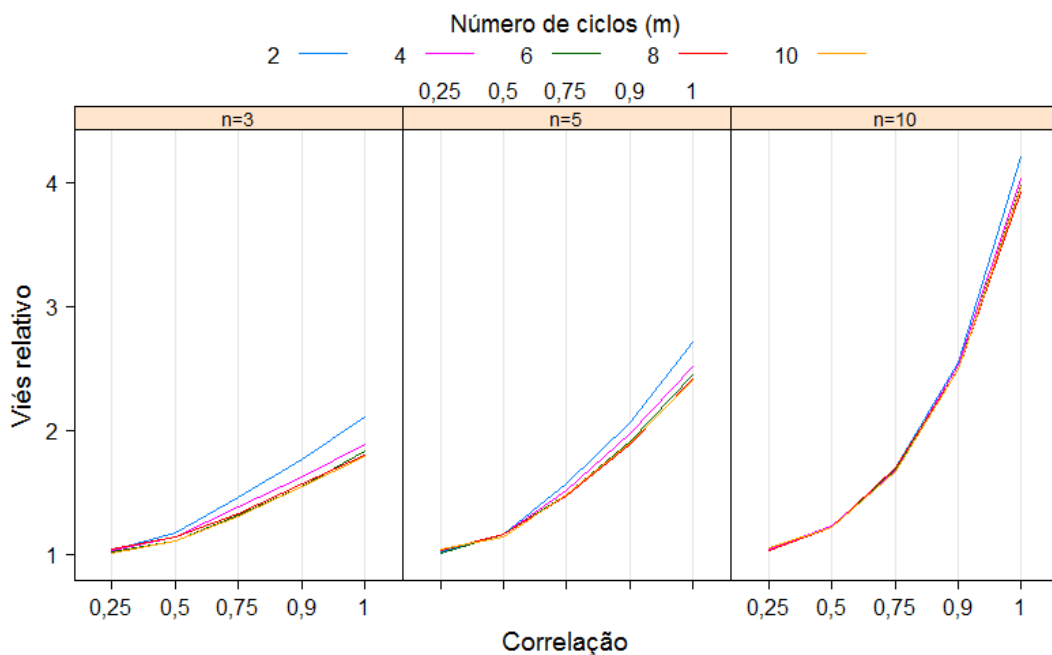


Figura 24 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pm} - Tabela 19

Fonte: O autor (2015).

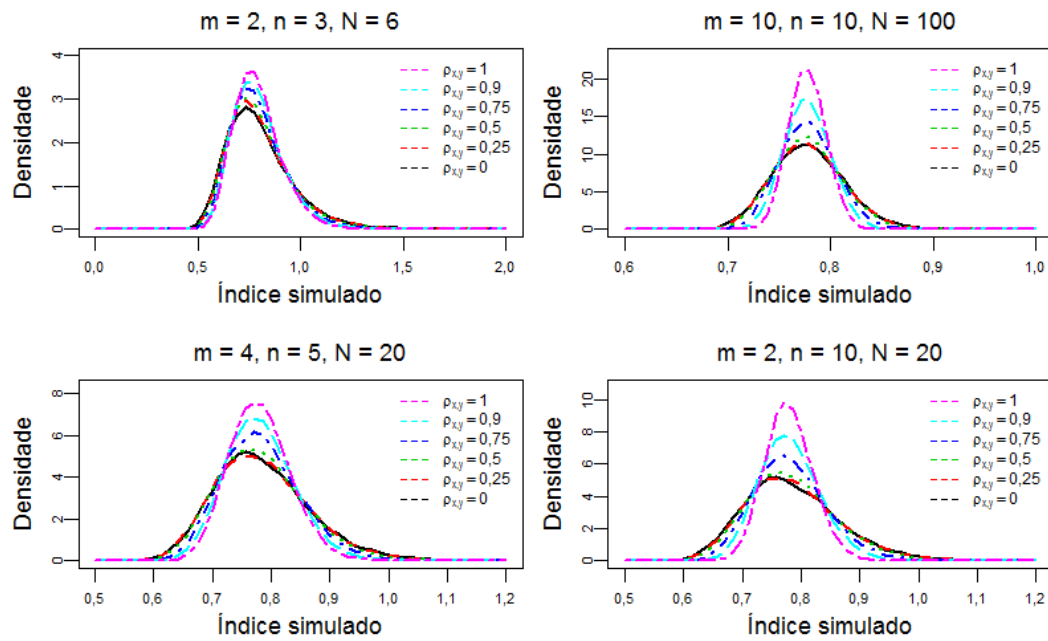


Figura 25 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pm} para o Cenário 4
 Fonte: O autor (2015).

4.6 Cenário 5 - Avaliação dos Resultados

Neste cenário, o viés relativo, tanto para \hat{C}_{pk} , Tabela 20, quanto para \hat{C}_{pm} , Tabela 22, apresentaram redução em relação ao Cenário 4.

Uma comparação em termos de EQMr entres os Cenários 1 a 5, foi possível verificar que, tanto para \hat{C}_{pk} , como para \hat{C}_{pm} , o ganho aumentou consideravelmente decorrente do uso da ACO, em relação à AAS.

Tabela 20 – Viés relativo dos Índices simulados para um processo com $C_{pk} = 0,67$ ($\sigma^2 = 3,9602$, $\mu = 1004$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 (AAS) | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,1835 | 0,1889 | 0,182 | 0,1701 | 0,1592 | 0,1486 |
| 4 | | 0,075 | 0,0737 | 0,0725 | 0,0684 | 0,0656 | 0,0637 |
| 6 | | 0,0456 | 0,047 | 0,0474 | 0,0457 | 0,0438 | 0,04 |
| 8 | | 0,034 | 0,0315 | 0,0311 | 0,0312 | 0,0298 | 0,029 |
| 10 | | 0,0268 | 0,0275 | 0,0271 | 0,026 | 0,0243 | 0,0229 |
| 2 | 5 | 0,0938 | 0,0958 | 0,0937 | 0,0841 | 0,0738 | 0,0662 |
| 4 | | 0,0414 | 0,0396 | 0,0404 | 0,0374 | 0,0343 | 0,0315 |
| 6 | | 0,0268 | 0,0276 | 0,028 | 0,0267 | 0,0241 | 0,0209 |
| 8 | | 0,0193 | 0,0184 | 0,0184 | 0,0179 | 0,0167 | 0,0155 |
| 10 | | 0,0149 | 0,0161 | 0,0156 | 0,0146 | 0,0138 | 0,0128 |
| 2 | 10 | 0,0414 | 0,0427 | 0,0435 | 0,036 | 0,0299 | 0,0216 |
| 4 | | 0,0193 | 0,0204 | 0,0191 | 0,0164 | 0,013 | 0,0104 |
| 6 | | 0,0122 | 0,0124 | 0,013 | 0,0108 | 0,0089 | 0,0071 |
| 8 | | 0,0093 | 0,0103 | 0,0094 | 0,0078 | 0,0066 | 0,0053 |
| 10 | | 0,0071 | 0,0079 | 0,0076 | 0,0065 | 0,0052 | 0,0041 |

Fonte: O autor (2015).

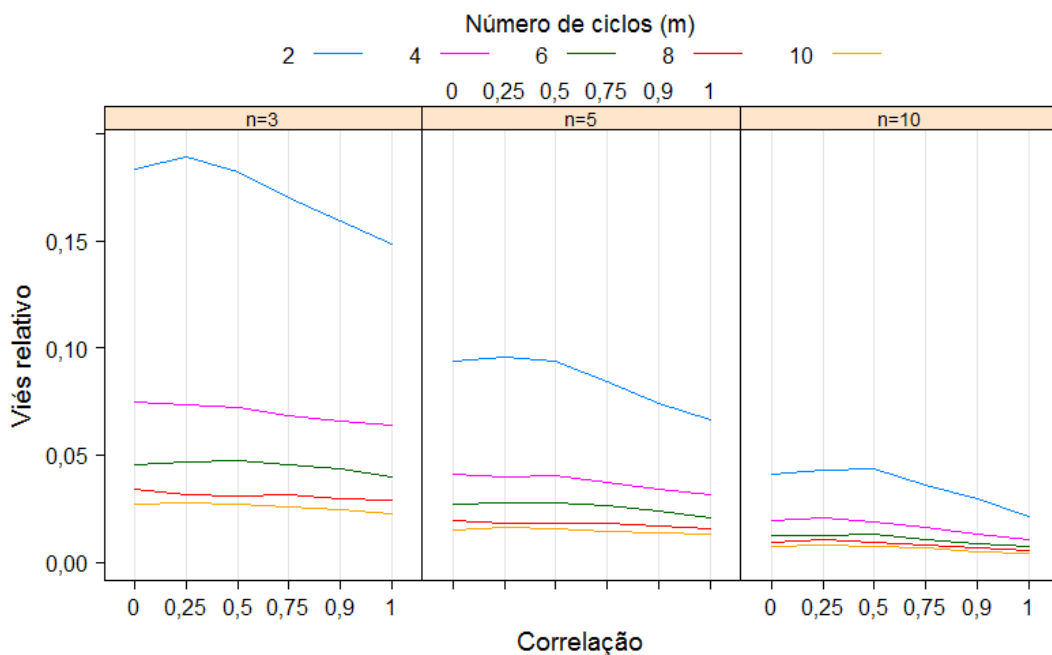


Figura 26 – Viés relativo para \widehat{C}_{pk} - Tabela 20

Fonte: O autor (2015).

Tabela 21 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simulação para um processo com $C_{pk} = 0,67$ ($\sigma^2 = 3,9602$, $\mu = 1004$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,9921 | 1,0569 | 1,1579 | 1,3483 | 1,4917 |
| 4 | | 1,0041 | 1,0470 | 1,1586 | 1,2597 | 1,3535 |
| 6 | | 0,9909 | 1,0127 | 1,0923 | 1,1849 | 1,2939 |
| 8 | | 1,0210 | 1,0509 | 1,1234 | 1,2132 | 1,2877 |
| 10 | | 0,9915 | 1,0309 | 1,1057 | 1,1950 | 1,2844 |
| 2 | 5 | 0,9955 | 1,0529 | 1,2328 | 1,5144 | 1,8550 |
| 4 | | 1,0020 | 1,0491 | 1,2211 | 1,4233 | 1,6655 |
| 6 | | 0,9925 | 1,0453 | 1,1837 | 1,3879 | 1,6149 |
| 8 | | 1,0065 | 1,0753 | 1,2082 | 1,3762 | 1,6053 |
| 10 | | 1,0103 | 1,0646 | 1,2211 | 1,3889 | 1,5933 |
| 2 | 10 | 1,0074 | 1,0487 | 1,3108 | 1,7348 | 2,5319 |
| 4 | | 1,0060 | 1,1049 | 1,3295 | 1,7054 | 2,3774 |
| 6 | | 1,0167 | 1,0899 | 1,3099 | 1,7180 | 2,3163 |
| 8 | | 0,9995 | 1,0903 | 1,3224 | 1,7052 | 2,2792 |
| 10 | | 1,0105 | 1,0808 | 1,3142 | 1,7127 | 2,3109 |

Fonte: O autor (2015).

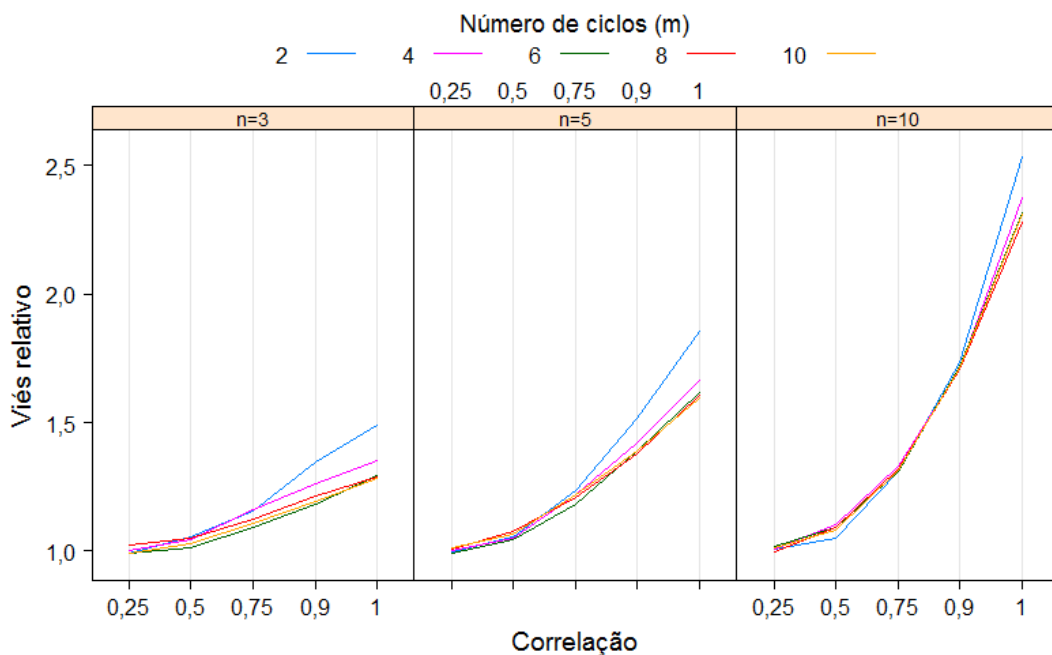


Figura 27 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pk} - Tabela 21

Fonte: O autor (2015).

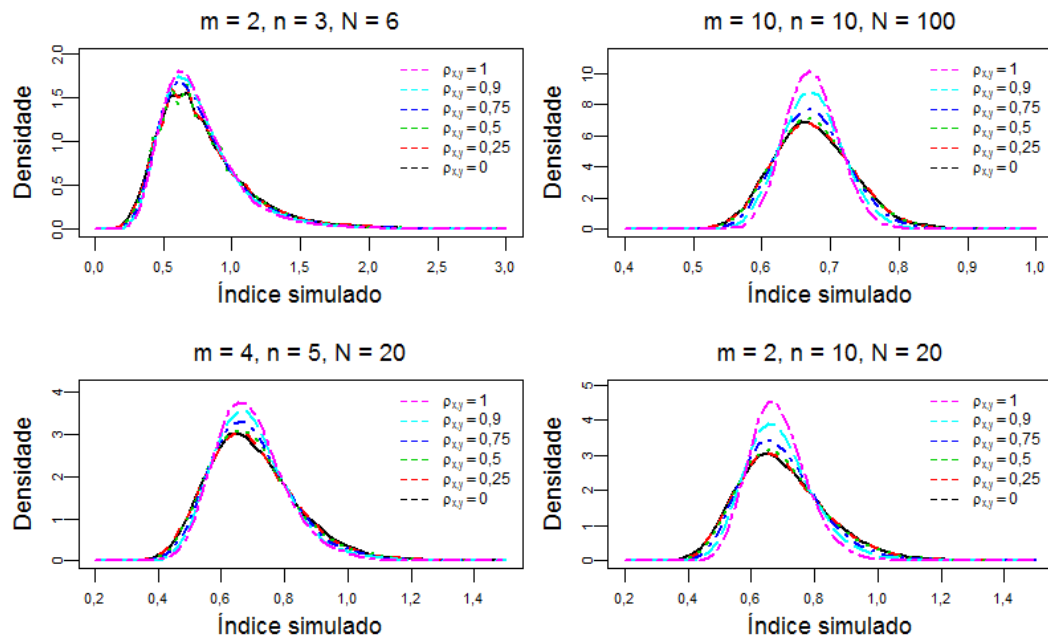


Figura 28 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pk} para o Cenário 5
 Fonte: O autor (2015).

Tabela 22 – Viés relativo dos Índices simulados para um processo com $C_{pm} = 0,5968$
 ($\sigma^2 = 3,9602$, $\mu = 1004$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 (AAS) | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 0,0306 | 0,0305 | 0,0281 | 0,0230 | 0,0200 | 0,0170 |
| 4 | | 0,0147 | 0,0144 | 0,0132 | 0,0111 | 0,0092 | 0,0084 |
| 6 | | 0,0095 | 0,0097 | 0,0097 | 0,0078 | 0,0067 | 0,0051 |
| 8 | | 0,0074 | 0,0059 | 0,0052 | 0,0051 | 0,0042 | 0,0039 |
| 10 | | 0,0059 | 0,0062 | 0,0057 | 0,0048 | 0,0040 | 0,0029 |
| 2 | 5 | 0,0181 | 0,0179 | 0,0163 | 0,0122 | 0,0093 | 0,0078 |
| 4 | | 0,0088 | 0,0072 | 0,0074 | 0,0058 | 0,0045 | 0,0040 |
| 6 | | 0,0059 | 0,0058 | 0,0051 | 0,0039 | 0,0035 | 0,0027 |
| 8 | | 0,0042 | 0,0035 | 0,0035 | 0,0028 | 0,0023 | 0,0020 |
| 10 | | 0,0032 | 0,0038 | 0,0030 | 0,0022 | 0,0019 | 0,0017 |
| 2 | 10 | 0,0088 | 0,0083 | 0,0076 | 0,0053 | 0,0037 | 0,0023 |
| 4 | | 0,0042 | 0,0043 | 0,0035 | 0,0024 | 0,0012 | 0,0009 |
| 6 | | 0,0027 | 0,0026 | 0,0027 | 0,0017 | 0,0012 | 0,0007 |
| 8 | | 0,0021 | 0,0019 | 0,0017 | 0,0010 | 0,0009 | 0,0005 |
| 10 | | 0,0017 | 0,0017 | 0,0011 | 0,0009 | 0,0005 | 0,0004 |

Fonte: O autor (2015).

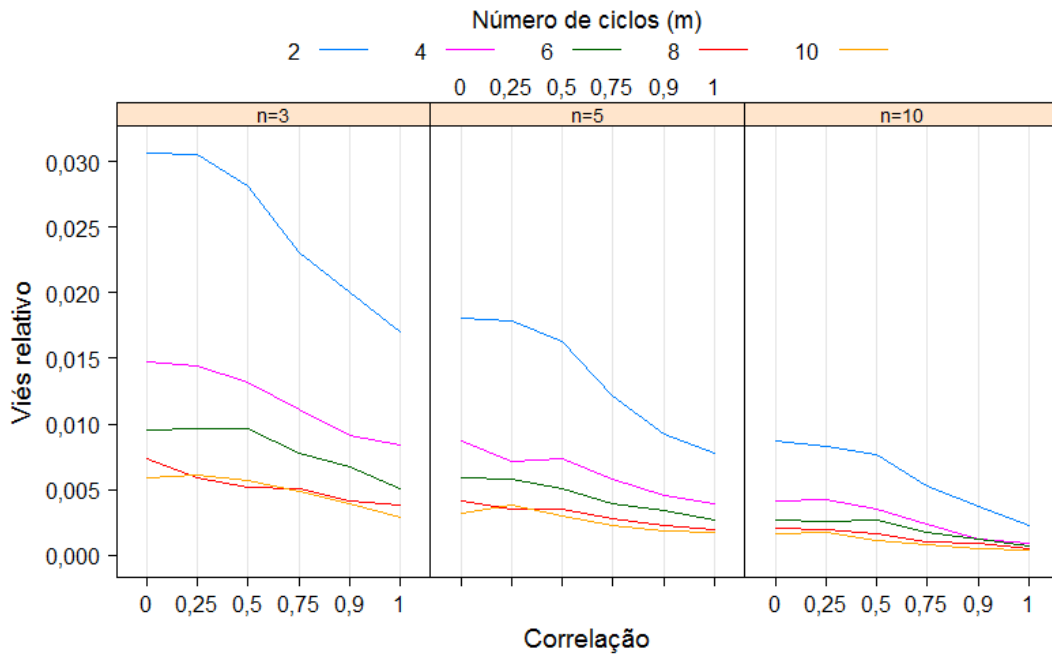


Figura 29 – Viés relativo para \widehat{C}_{pm} - Tabela 22
 Fonte: O autor (2015).

Para \widehat{C}_{pm} , à medida que o processo sofre deslocamento da sua média, aumento de μ_y , bem como aumento da variabilidade de Y, σ_y (Tabela 3), o uso da ACO comparado com a AAS possibilitou ganhos ainda mais expressivos, por exemplo, para $m = 4$, $n = 5$ e $\rho_{x,y} = 0,75$, os EQMr's dos Cenários 1 à 5 foram os seguintes: 1,0816, 1,2879, 1,4619, 1,5111, 1,5242.

Tabela 23 – Precisão relativa, dada por EQMr, dos estimadores avaliados por simulação para um processo com $C_{pm} = 0,5968$ ($\sigma^2 = 3,9602$, $\mu = 1004$)

| Número de Ciclos (m) | Tamanho dos Conjuntos (n) | $\rho_{x,y}$ | | | | |
|----------------------|---------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,9 | 1 |
| 2 | 3 | 1,0364 | 1,1773 | 1,4549 | 1,7662 | 2,0951 |
| 4 | | 1,0296 | 1,1386 | 1,3830 | 1,6434 | 1,9041 |
| 6 | | 1,0190 | 1,1044 | 1,3283 | 1,5647 | 1,8499 |
| 8 | | 1,0412 | 1,1411 | 1,3384 | 1,5805 | 1,8254 |
| 10 | | 1,0113 | 1,1077 | 1,3172 | 1,5620 | 1,8154 |
| 2 | 5 | 1,0252 | 1,1635 | 1,5595 | 2,0753 | 2,7336 |
| 4 | | 1,0310 | 1,1605 | 1,5242 | 1,9852 | 2,5573 |
| 6 | | 1,0171 | 1,1541 | 1,4921 | 1,9300 | 2,4902 |
| 8 | | 1,0368 | 1,1668 | 1,4866 | 1,9169 | 2,4601 |
| 10 | | 1,0428 | 1,1588 | 1,4829 | 1,9240 | 2,4587 |
| 2 | 10 | 1,0474 | 1,2087 | 1,7281 | 2,5748 | 4,3086 |
| 4 | | 1,0445 | 1,2368 | 1,7185 | 2,5422 | 4,1483 |
| 6 | | 1,0576 | 1,2185 | 1,7032 | 2,5325 | 4,0972 |
| 8 | | 1,0323 | 1,2104 | 1,7299 | 2,5300 | 4,0483 |
| 10 | | 1,0470 | 1,2419 | 1,6843 | 2,5369 | 4,0890 |

Fonte: O autor (2015).

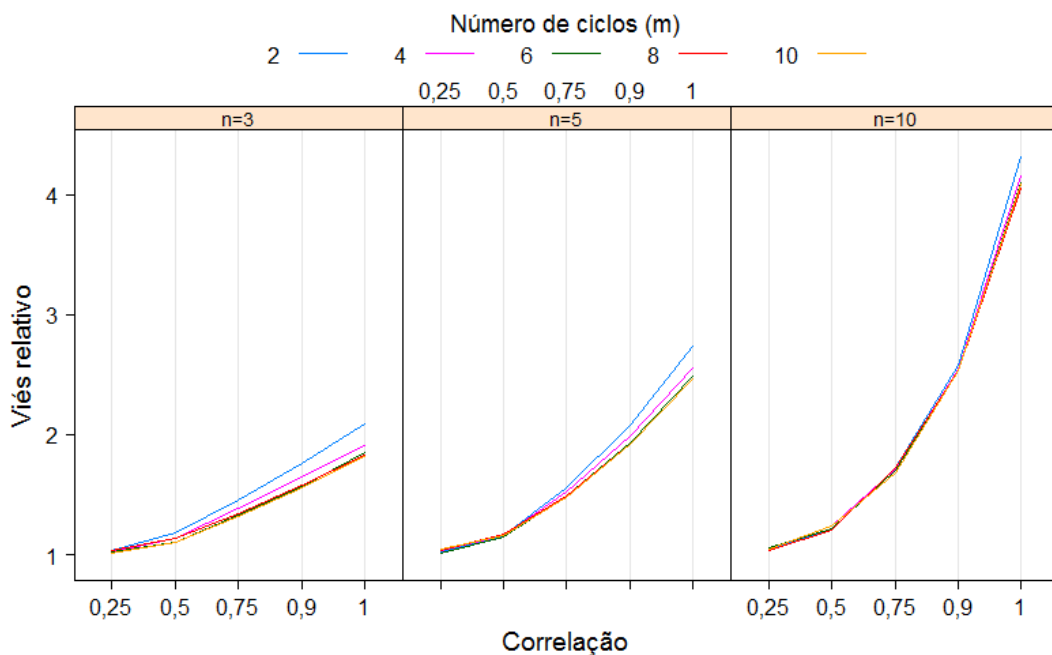


Figura 30 – Erro Quadrático Médio para \widehat{C}_{pm} - Tabela 23

Fonte: O autor (2015).

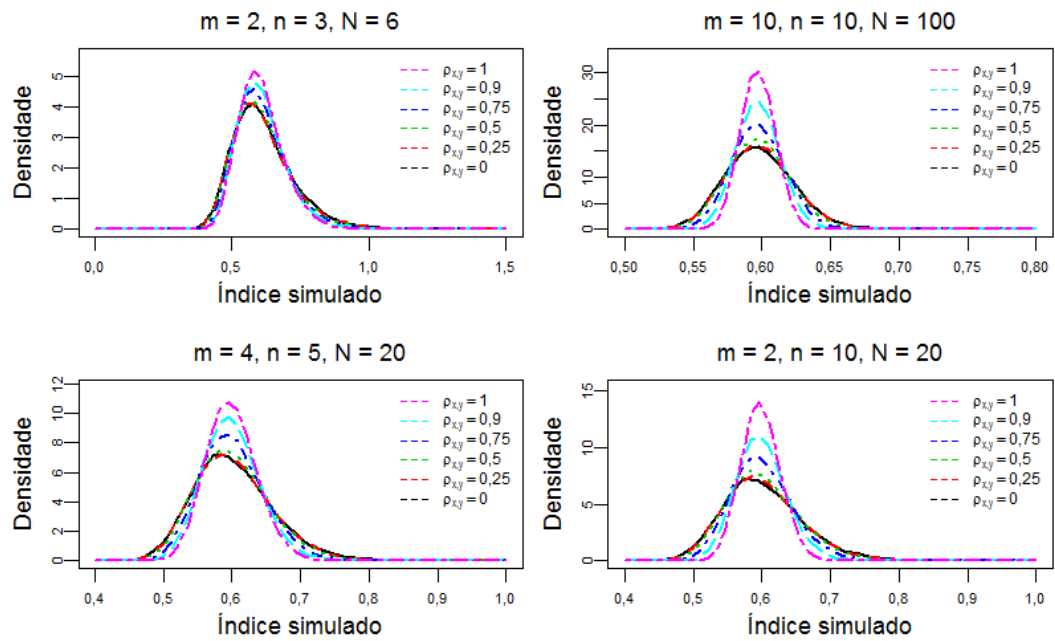


Figura 31 – Função de densidade do estimador \hat{C}_{pm} para o Cenário 5
 Fonte: O autor (2015).

4.7 Avaliação entre os cenários

Observado o ganho de estimação proporcionado pela ACO em relação à AAS, na Figura 32 pode-se verificar para \hat{C}_{pk} , para $m=2$, $n=10$, em termos de EQMr, que à medida que a capacidade do processo diminuiu, o ganho decorrente do uso da ACO, em relação à AAS, aumenta. Esse comportamento é verificado, principalmente, em situações em que a correlação entre as variáveis era forte, $\rho = 0,75$, $\rho = 0,90$ e $\rho_{x,y} = 1$.

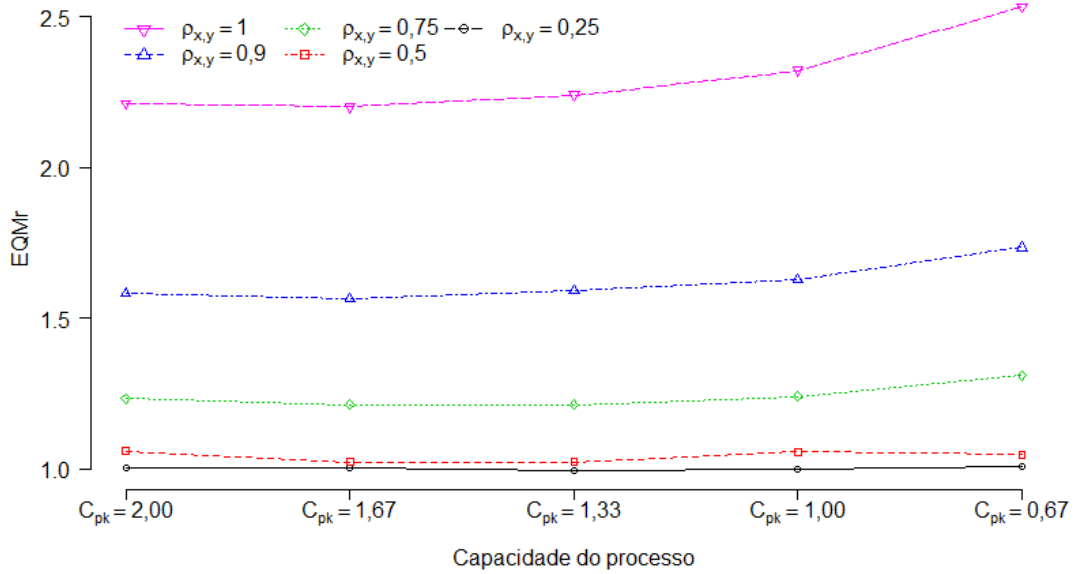


Figura 32 – Ganhos entre cenários em termos de EQMr de \hat{C}_{pk} , para $m=2$ e $n=10$
 Fonte: O autor (2015).

Para \hat{C}_{pm} , considerando $m=2$ e $n=10$, é possível verificar na Figura 33 o ganho em termos de EQMr decorrente da utilização da ACO em relação à AAS. Pode-se notar que, à medida que a capacidade do processo diminui, o ganho na estimação é ainda maior que o observado para \hat{C}_{pk} .

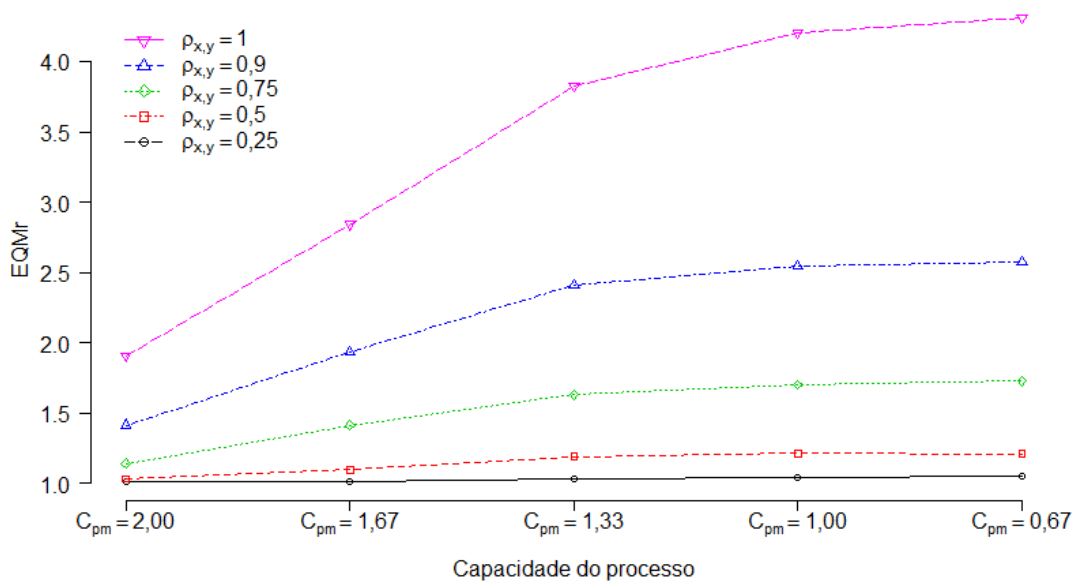


Figura 33 – Ganhos entre cenários em termos de EQMr de \hat{C}_{pm} , para $m=2$ e $n=10$
 Fonte: O autor (2015).

5 Considerações Finais

Após a avaliação de todos os cenários simulados foi possível verificar que, satisfeitos os pressupostos para sua utilização, a Amostragem por Conjuntos Ordenados mostrou-se uma alternativa eficiente no estudo da capacidade de processo.

Como esperado, o aumento do tamanho amostral possibilita estimativas com menor vício. No entanto, no caso da ACO o vício é menor se comparado com o estimado via AAS, para um mesmo tamanho amostral e grau de correlação. Estes resultados são mais claramente observados para correlações a partir de 0,5. Para o EQMr, a utilização da ACO foi positiva, quanto a obter estimativas com menor erro principalmente quanto a correlação entre as variáveis ($\rho_{x,y}$) foi considerada maior do que 0,5. Para correlação abaixo de 0,25, em muitos casos, a ACO teve resultados bem próximos da AAS não possibilitando dizer que existe diferença entre os dois métodos.

Observou-se também que, fixado o tamanho dos conjuntos (n) e a correlação ($\rho_{x,y}$), aumentar o número de ciclos não possibilita ganhos em termos de maior EQMr, decorrente do uso da ACO comparado com a AAS. No entanto, fixado o número de ciclos (m) e a correlação ($\rho_{x,y}$), à medida que o tamanho dos conjuntos (n) aumenta, é possível verificar ganhos, tanto em termos de menor viés relativo, como em termos de maior EQMr.

Para ambos estimadores, \hat{C}_{pk} e \hat{C}_{pm} , observou-se que suas distribuições de densidade são razoavelmente simétricas. No entanto a correlação entre as variáveis parece estar diretamente relacionado essa simetria.

Dada a própria natureza dos índices e sua importância na caracterização de um processo produtivo, deixa-se em aberto como proposta de estudos futuros a caracterização das distribuições dos índices, bem como a construção de seus intervalos de confiança.

Apêndices

APÊNDICE A – Simulação de uma ACO a partir de uma Normal Univariada

```
aco.uni <- function(m, n, muy, vary){  
  #set.seed(1)  
  
  # cada coluna uma é amostra  
  # os ciclos são colocados um após o outro  
  amostra <- matrix(rnorm(n = ((n^2)*m),  
                        mean = muy,  
                        sd = sqrt(vary)),  
                    nrow=n, ncol=m*n)  
  
  # ordena cada coluna  
  amostra <- apply(amostra,2, sort, decreasing=F)  
  
  # criando índices para seleção dos elementos da diagonal  
  l <- rep(sequence(nrow(amostra)), m) # linha selecionada  
  c <- rep(sequence(ncol(amostra))) # coluna selecionada  
  
  # seleção dos elementos da diagonal  
  amostra.sel <- cbind(ordem=rep(1:n,m), obs=amostra[cbind(l,c)])  
  
  return(amostra.sel)  
}
```

APÊNDICE B – Simulação de uma ACO a partir de uma Normal Bivariada

```
# =====
# ACO de uma distribuicao normal BIVARIADA de tamanho mn
# 'n' é o dos conjuntos, 'm' é o número de ciclos
# x-> var concomitantes, y-> var de interesse
# =====

aco.multi <- function(m, n, mux, muy, varx, vary, varxy){

  mu <- c(mux, muy)
  sigma <- matrix(c(varx, varxy, varxy, vary), 2, 2)

  if(is.positive.definite(sigma) == TRUE ){

    amostra <- mvrnorm(n = (n^2)*m, mu, sigma) # simulando

    # -----
    # organizar os valores de y de acordo com a ordem de x
    # -----
    x <- matrix(round(amostra[,1],2), n, m*n) # primeiro vetor
    y <- matrix(amostra[,2], n, m*n) # segundo vetor

    # indices da ordem da amostra x
    i <- apply(x,2,order, decreasing=F)
    j <- seq(1:(n*m))

    # criando índices para seleção dos elementos de y com base em x
    l <- i[1:length(amostra[,1])]
    c <- rep(1:(n*m),each=n)

    y.order <- matrix(y[cbind(l,c)], n, n*m)

    # -----
```

```
# seleção dos elementos das diagonias para compor a amostra
# -----
ll <- rep(sequence(nrow(x)), m) # linha selecionada
cc <- rep(sequence(ncol(x))), # coluna selecionada

# seleção do elementos da diagonal
amostra.sel <- y.order[cbind(ll,cc)]
amostra.sel <- cbind(ordem=rep(1:n, m), obs=amostra.sel)
return(amostra.sel)
} else {
  amostra.sel <- matrix(0, n, m*n)
  print("matrix de covariâncias não singular")
  return(amostra.sel)
}
}
```

APÊNDICE C – Cálculo dos estimadores

C_{pk} e C_{pm}

```

# =====
# ÍNDICES VIA AAS
# =====
aas.func <- function(m, n, muy, vary, lie, lse, amostra){
  var.aas <- var(amostra)
  media <- mean(amostra)

  # índice cpk
  t <- (lse+lie)/2
  if( muy <= t){
    cpk <- ( (media - lie) / (3 * sqrt(var.aas)))
  }else {
    cpk <- ((lse - media) / (3 * sqrt(var.aas)) )
  }

  # índice cpm
  cpm <- (lse - lie) / (6 * sqrt(var.aas + ((media - t)^2)))

  compara <- cbind(cpk, cpm)
  return(compara)
}

```

```

# =====
# ÍNDICES VIA ACO (Variância de MacEachern)
# =====
mac.func <- function(m, n, mux, muy, varx, vary, varxy, lie, lse, amostra){
  d.fit <- aov(amostra[,2]~as.factor(amostra[,1]), data=as.data.frame(amostra))
  resumo <- summary(d.fit)
  mst <- resumo[1][[1]][[3]][[1]]
  mse <- resumo[1][[1]][[3]][[2]]

  var.mac <- (1 / (m*n)) * (((n - 1)*mst) + ((m*n - n +1)*mse))
  media <- mean(amostra[,2])

  # índice cpk
  t <- (lse+lie)/2
  if( muy <= t){
    cpk <- ( (media - lie) / (3 * sqrt(var.mac)))
  } else {
    cpk <- ((lse - media) / (3 * sqrt(var.mac)) )
  }

  # índice cpm
  cpm <- (lse - lie) / (6 * sqrt(var.mac + ((media - t)^2)))

  compara <- cbind(cpk, cpm)
  return(compara)
}

```

APÊNDICE D – Simulador geral

Será gerado e salvo um arquivo no formato .RData com B estimativas de cada um dos índices sob estudo para cada combinação dos parâmetros m, n e correlação entre x e y.

A saída será uma matrix com B linhas e 2 colunas, uma referente a cada índice estimado

```
# =====
# B: número de simulação
# n: vetor de tamanhos dos conjuntos sob investigação
# m: vetor de número de ciclos sob investigacao
# lie: limite inferior de especificação
# lse: limite superior de especificação
# mux: média da variável concomitante X
# muy: média da variável de interesse Y
# varx: variância da variável X
# vary: variância da variável Y
# varxy: vetor de covariâncias entre X e Y de acordo com o grau de correlação
# nome.arq: raiz que serão salvos cada uma das combinações em formato .RData
# =====

# funcao que devolve uma matrix com B linhas com os 4 indices estimados
simulador <- function(b, m, n, mux, muy, varx, vary, varxy,
  lie, lse, nome.arq){

  set.seed(1) # sempre será gerada amostras partindo da mesma semente
  indices <- matrix("", b, 2)

  # amostra a ser utilizada considerando a correlação entre as variaveis

  cor <- varxy / ( sqrt(varx) * sqrt(vary))
  mu <- c(mux, muy)
  sigma <- matrix(c(varx, varxy, varxy, vary), 2, 2)

  for(i in 1:b){
    if( cor == 0 ){
```



```

    amostra <- aas(m, n, muy, vary)
    indices[i,] <- aas.func(m, n, muy, vary, lie, lse, amostra)
  } else if( cor == 1){

    amostra <- aco.uni(m, n, muy, vary)
    indices[i,] <- mac.func(m, n, mux, muy, varx, vary, varxy,
    lie, lse, amostra)
  } else{
    amostra <- aco.multi(m, n, mux, muy, varx, vary, varxy)
    if(is.positive.definite(sigma) == TRUE ){
      indices[i,] <- mac.func(m, n, mux, muy, varx, vary, varxy,
      lie, lse, amostra)
    } else {
      indices[i,] <- c(0,0)
    }
  }
}

colnames(indices) <- c("cpk", "cpm")
indices <- matrix(as.numeric(indices),b,2)

# gerando o nome para salvar
if(nome.arq != ""){
  nome <- paste(nome.arq, b, sep = "_")
  nome <- paste(nome, m, sep = "_")
  nome <- paste(nome, n, sep = "_")
  nome <- paste(nome, varxy, sep = "_") # covariancia
  nome <- paste(nome, muy, sep = "_")
  nome <- paste(nome, "RData", sep = ".")
  save(indices, file = nome)
}
return(indices)
}

```

Referências

- BOWMAN, A. W.; AZZALINI, A. *R package sm: nonparametric smoothing methods (version 2.2-5.4)*. University of Glasgow, UK and Università di Padova, Italia, 2014. Disponível em: <[URLhttp://www.stats.gla.ac.uk/~adrian/sm,http://azzalini.stat.unipd.it/Book_sm](http://www.stats.gla.ac.uk/~adrian/sm,http://azzalini.stat.unipd.it/Book_sm)>.
- CHAN, L. K.; CHENG, S. W.; SPIRING, F. A. A new measure of process capability: Cpm. *Journal of Quality Technology*, v. 20, n. 3, p. 162–175, 1988.
- COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E. K.; CARPINETTI, L. C. R. *Controle estatístico de qualidade*. [S.l.]: Atlas São Paulo, 2005. 124 p.
- DELL, T.; CLUTTER, J. Ranked set sampling theory with order statistics background. *Biometrics*, JSTOR, p. 545–555, 1972.
- MACEACHERN, S. N. et al. A new ranked set sample estimator of variance. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, Wiley Online Library, v. 64, n. 2, p. 177–188, 2002.
- MCINTYRE, G. A method for unbiased selective sampling, using ranked sets. *Crop and Pasture Science*, CSIRO, v. 3, n. 4, p. 385–390, 1952.
- MONTGOMERY, D. C. *Introduction to statistical quality control*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007.
- NOVOMESTKY, F. *matrixcalc: Collection of functions for matrix calculations*. [S.l.], 2012. R package version 1.0-3. Disponível em: <<http://CRAN.R-project.org/package=matrixcalc>>.
- PEARN, W. L.; KOTZ, S.; JOHNSON, N. L. Distributional and inferential properties of process capability indexes. *Journal of Quality Technology*, v. 24, n. 4, p. 216–231, 1992.
- SARKAR, D. *Lattice: Multivariate Data Visualization with R*. New York: Springer, 2008. ISBN 978-0-387-75968-5. Disponível em: <<http://lmdvr.r-forge.r-project.org>>.
- STOKES, S. L. Estimation of variance using judgment ordered ranked set samples. *Biometrics*, JSTOR, p. 35–42, 1980.
- TAKAHASI, K.; WAKIMOTO, K. On unbiased estimates of the population mean based on the sample stratified by means of ordering. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Springer, v. 20, n. 1, p. 1–31, 1968.
- VENABLES, W. N.; RIPLEY, B. D. *Modern Applied Statistics with S*. Fourth. New York: Springer, 2002. ISBN 0-387-95457-0. Disponível em: <<http://www.stats.ox.ac.uk/pub/MASS4>>.